

**PREDICCIÓN DEL CAMPO DE LAS ISOHIPSAS, A PARTIR DE
LA SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN TIPO ELÍPTICA
POR SERIE DE FOURIER**

T. CASTRO R.*

L. Le MOYNE H.*

E. VILLANUEVA U.*

(Recibido: 27 de junio, 1984)

(Aceptado: 19 de noviembre, 1984)

RESUMEN

Se expresa la función de corriente como una doble serie de Fourier, en una ecuación de tipo elíptica, y se transforma en un conjunto de ecuaciones lineales para los coeficientes. Estas ecuaciones se resuelven por integración numérica para propósitos de pronóstico, con la omisión de todas las escalas grandes de movimiento.

Para calcular los coeficientes iniciales, se aproxima por medio de integrales dobles de funciones trigonométricas. La región de trabajo comprende las latitudes de 10° y 46° norte y las longitudes de 65° y 125° oeste, con una separación de cuatro grados.

Se utiliza como máxima longitud la onda zonal y meridional 6 640 km y 4 150 km, respectivamente, obteniéndose los números de onda y los límites de la Serie de Fourier. El grado de precisión del pronóstico se obtiene del índice de correlación de Pearson, encontrándose una correlación de 0.85 como máximo.

ABSTRACT

The stream function is expressed like a double Fourier Series in an equation of the elliptical kind; this has been transformed in a set of linear equations for the coefficients. These equations have been resolved, for forecasting purpose, using numerical integration neglecting the large scales of movement.

The initial coefficients are approached by using double integrals of trigonometric functions. The working area is limited to latitudes 10° and 46° north; and by longitudes 65° and 125° west, with a 4° spacing.

For maximum wavelength the zonal and meridional waves of 6 640 km and 4 150 km, respectively, have been used; these give the wave numbers and the Fourier Serie limits. The forecasting precision rate has been obtained by the Pearson correlation index, finding a maximum correlation of 0.85.

* *Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM, Circuito Exterior, Cd. Universitaria, México, D. F., 04510.*

1. INTRODUCCION

Existen dos métodos que comúnmente se emplean para integrar las ecuaciones meteorológicas: el de diferencias finitas y el espectral.

En el método espectral, las funciones de interés se representan por expansiones truncadas en términos de funciones base apropiadas, como en el análisis de Fourier. De esta manera se obtienen aproximadamente las derivadas exactas.

El desarrollo del método espectral para la integración numérica de las ecuaciones que describen el movimiento de la atmósfera, fue tratado primeramente por Siberman, el cual considera una geometría esférica para la integración de la ecuación de vorticidad barotrópica. Expresa la función de corriente del campo de fluido en términos de superficies armónicas esféricas, y en el tratamiento de la no linealidad requiere el uso de coeficientes de iteración.

Estudios posteriores del método espectral fueron realizados por Lorenz, Platzman, Kubota, Baer y Platzman, y Elsaesser. Los estudios de Lorenz demuestran que las ecuaciones dinámicas que describen los fenómenos atmosféricos pueden simplificarse para la predicción del tiempo. La ecuación de vorticidad barotrópica puede reducirse a un sistema de tres ecuaciones diferenciales no lineales, a través del uso de doble serie de Fourier. Además, Lorenz demuestra que las ecuaciones espectrales truncadas para el flujo barotrópico no divergente tienen la propiedad de que la media del cuadrado de la vorticidad y de la energía cinética son invariantes. Platzman señala que, si las variables dependientes son representadas en el dominio espectral y se realiza la "truncación espectral", entonces la inestabilidad computacional se evita completamente. Esta característica ventajosa de las ecuaciones preserva la invariancia de dos importantes integrales cuadráticas: la media del cuadrado de la velocidad y la media del cuadrado de la vorticidad. Kubota mostró que el método para integrar la ecuación de vorticidad con el uso de superficies armónicas tiene las siguientes ventajas sobre el método de diferencias finitas: *i)* no se requiere del método de relajación para resolver la ecuación de vorticidad, *ii)* no son relevantes las condiciones de frontera, *iii)* no hay un error de truncación tan marcado como en el método de diferencias finitas.

Elsaesser, usando los datos meteorológicos hemisféricos como condi-

ción inicial, hace una comparación entre el método de malla y el espectral. Encuentra sólo una desventaja en el método espectral, al aplicarlo a la ecuación diferencial que incluye términos de orden superior: la ecuación de tendencia no puede aislarse para un desarrollo individual cuando se multiplican los términos que tienen derivadas respecto al tiempo por variables espaciales. Excepto por la anterior desventaja, el método espectral es superior al de malla para problemas atmosféricos, debido a que en un hemisferio o en una esfera, el problema de frontera lateral y el problema de proyección desaparecen.

En la década de los 70 se encuentran, entre otros, estudios como los de Orszag, Eliassen, Machenhauer y Rasmussen; Daron, Hollingsworth, Hoskins y Simmons. En estos estudios se muestra que el método de diferencias finitas no es superior en precisión al espectral. Orszag estudia numéricamente la convección en dos dimensiones de una escala pasiva con una distribución cónica para la rotación uniforme y el problema del decaimiento de un vórtice en tres dimensiones. Por estos experimentos y por algunos análisis, él concluye que para dar una precisión de 4^o a 2^o orden, el esquema de diferencias finitas requiere respectivamente de al menos tres y cinco grados de libertad para cada dimensión requerida por el método espectral.

Siguiendo esta corriente, nosotros presentamos en este artículo una forma de solución de la ecuación de vorticidad barotrópica que, en particular, es de tipo elíptico.

A través del uso de la doble serie de Fourier, la ecuación elíptica se reduce a un sistema de ecuaciones lineales para los coeficientes. Este sistema se resuelve en el tiempo por diferencias finitas, para un período de 24 hrs.

2. SOLUCION POR SERIE DE LA ECUACION ELIPTICA

Las ecuaciones dinámicas que gobiernan la atmósfera pueden simplificarse hasta reducirse a la ecuación de vorticidad, la cual es equivalente a la ecuación de vorticidad barotrópica (Haltiner, 1971).

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi) - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

donde $\beta = \text{cte}$, t es el tiempo, ψ es una función de corriente para el flujo de dos dimensiones, ∇ es un operador diferencial, ∇^2 es el operador Laplaciano horizontal.

La ecuación (1) gobierna en forma aproximada el promedio vertical de flujo horizontal en la atmósfera. También gobierna el movimiento de un fluido no viscoso, homogéneo e incompresible de dos dimensiones. Además, nos da la conservación de vorticidad para cada parcela de fluido.

Ahora vamos a aplicar la ecuación (1) a un flujo en una región plana, en la cual ψ es doblemente periódica en todo el tiempo, es decir,

$$\psi(x + 2\pi/k, y + 2\pi/l, t) = \psi(x, y, t) \quad (2)$$

donde y es un punto en el eje hacia el norte y x es un punto en el eje hacia el este, k y l son constantes específicas. Por este camino hemos distorsionado la geometría de la tierra esférica, pero hemos retenido la propiedad importante de que el área es finita pero sin fronteras (Lorenz).

También hemos despreciado las variaciones horizontales del parámetro de Coriolis, debido a que se han considerado constantes.

En una región plana, las funciones propias de la ecuación

$$\nabla^2 \psi = c\psi \quad (3)$$

son funciones trigonométricas, o equivalentemente funciones exponenciales complejas, de las variables $m k x + n l y$, donde m y n son enteros, y su correspondiente valor propio c son las cantidades $-(m^2 k^2 + n^2 l^2)$. Entonces, en este caso, una doble serie de Fourier es una serie de funciones propias de la ecuación (3).

La expansión de $\nabla^2 \psi$ en serie es:

$$\nabla^2 \psi = \sum_m \sum_n - (m^2 k^2 + n^2 l^2) \left\{ a'_{mn} A_{mn} + b'_{mn} B_{mn} + c'_{mn} C_{mn} + d'_{mn} D_{mn} \right\} \quad (4)$$

donde a_{mn} , b_{mn} , c_{mn} , d_{mn} son coeficientes reales; $A_{mn} = \cos m k x \cos n l y$; $B_{mn} = \sin m k x \cos n l y$; $C_{mn} = \cos m k x \sin n l y$; $D_{mn} = \sin m k x \sin n l y$.

Para dar el límite superior de las sumatorias que aparecen en la ecuación (4) debemos determinar cuántos coeficientes reales se pueden calcular en el instante inicial a partir de la condición inicial $\psi(x, y, t = 0)$. Para ello se escoge una malla rectangular, cuyos lados están dados por: $i_x = 1, 2, \dots, I$; $j_y = 1, 2, \dots, J$. Después se fija la mínima longitud de onda como $2d$, la máxima longitud de onda zonal y meridional como $l d$ y $J d$, respectivamente. La distancia d corresponde a la separación entre cada punto de la malla (en nuestro caso 4°). El fijar estas cantida-

des permite encontrar las constantes k y ℓ , lo que conduce a encontrar los enteros m y n , a través de

$$\begin{aligned} m_{\max} &= \frac{2}{k\lambda_{\min}} = \frac{I}{2} \\ n_{\max} &= \frac{2}{\ell\lambda_{\min}} = \frac{J}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Por lo anterior, se tiene que los límites superiores de la serie de Fourier son $m = I/2$ y $n = J/2$.

Al substituir la función de corriente ψ por

$$\psi(x, y) = \sum_{m=0}^{I/2} \sum_{n=0}^{J/2} \{ a_{mn} \cos m k x \cos n l y + b_{mn} \sin m k x \cos n l y + c_{mn} \cos m k x \sin n l y + d_{mn} \sin m k x \sin n l y \} \quad (6)$$

en la ecuación (1) y usando (4) se obtiene

$$\begin{aligned} & \sum_m \sum_n - (m^2 k^2 + n^2 \ell^2) \{ a_{mn}^i A_{mn} + b_{mn}^i B_{mn} + c_{mn}^i C_{mn} + d_{mn}^i D_{mn} \} \\ & + \sum_m \sum_n m k \{ b_{mn} A_{mn} - a_{mn} B_{mn} + d_{mn} C_{mn} - c_{mn} D_{mn} \} \\ & \sum_u \sum_v - v \ell (u^2 k^2 + v^2 \ell^2) \{ c_{uv} A_{uv} + d_{uv} B_{uv} - a_{uv} C_{uv} - b_{uv} D_{uv} \} \\ & - \sum_u \sum_v n \ell \{ c_{mn} A_{mn} + d_{mn} B_{mn} - a_{mn} C_{mn} - b_{mn} D_{mn} \} \\ & \sum_u \sum_v u k (u^2 k^2 + v^2 \ell^2) \{ b_{uv} A_{uv} - a_{uv} B_{uv} + d_{uv} C_{uv} - c_{uv} D_{uv} \} \\ & + \sum_m \sum_n m k \beta(y) \{ b_{mn} A_{mn} - a_{mn} B_{mn} + d_{mn} C_{mn} - c_{mn} D_{mn} \} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

donde se ha considerado $A_{uv} = A_{mn}$, $B_{uv} = B_{mn}$, $C_{uv} = C_{mn}$, $D_{uv} = D_{mn}$ y las variables primadas indican derivadas con respecto al tiempo.

Usando ahora las identidades trigonométricas para los productos de seno y coseno se pueden expresar los productos de las funciones de la base como una combinación lineal de ellas, con lo cual la ecuación (7) toma la forma

$$\begin{aligned}
& \sum_m \sum_n - (m^2 k^2 + n^2 \ell^2) \{ a'_{mn} A_{mn} + b'_{mn} B_{mn} + c'_{mn} C_{mn} + d'_{mn} D_{mn} \} \\
& \left\{ \sum_m \sum_n mk \beta \{ b_{mn} A_{mn} - a_{mn} B_{mn} + d_{mn} C_{mn} - c_{mn} D_{mn} \} \right. \\
& + \sum_m \sum_n \sum_u \sum_v \frac{1}{4} k \ell (u^2 k^2 + v^2 \ell^2) \\
& + (-mv b_{mn} c_{uv} + nu c_{mn} b_{uv}) | A_{m-u, n-v} + A_{m-u, n+v} + A_{m+u, n-v} + A_{m+u, n+v} | \\
& + (-mv b_{mn} d_{uv} - nu c_{mn} a_{uv}) | -B_{m-u, n-v} - B_{m-u, n+v} + B_{m+u, n-v} + B_{m+u, n+v} | \\
& + (mv b_{mn} a_{uv} + nu c_{mn} d_{uv}) | -C_{m-u, n-v} + C_{m-u, n+v} - C_{m+u, n-v} + C_{m+u, n+v} | \\
& + (mv b_{mn} b_{uv} - nu c_{mn} c_{uv}) | D_{m-u, n-v} - D_{m-u, n+v} - D_{m+u, n-v} + D_{m+u, n+v} | \\
& + (mv a_{mn} c_{uv} + nu d_{mn} b_{uv}) | B_{m-u, n-v} + B_{m-u, n+v} + B_{m+u, n-v} + B_{m+u, n+v} | \\
& + (mv a_{mn} d_{uv} - nu d_{mn} a_{uv}) | A_{m-u, n-v} + A_{m-u, n+v} - A_{m+u, n-v} - A_{m+u, n+v} | \\
& + (-mv a_{mn} a_{uv} + nu d_{mn} d_{uv}) | -D_{m-u, n-v} + D_{m-u, n+v} - D_{m+u, n-v} + D_{m+u, n+v} | \\
& + (-mv a_{mn} b_{uv} - nu d_{mn} c_{uv}) | -C_{m-u, n-v} + C_{m-u, n+v} + C_{m+u, n-v} - C_{m+u, n+v} | \\
& + (-mv d_{mn} c_{uv} - nu a_{mn} b_{uv}) | C_{m-u, n-v} + C_{m-u, n+v} + C_{m+u, n-v} + C_{m+u, n+v} | \\
& + (-mv d_{mn} d_{uv} + nu a_{mn} a_{uv}) | -D_{m-u, n-v} - D_{m-u, n+v} + D_{m+u, n-v} + D_{m+u, n+v} | \\
& + (mv d_{mn} a_{uv} - nu a_{mn} d_{uv}) | A_{m-u, n+v} - A_{m-u, n-v} + A_{m+u, n-v} - A_{m+u, n+v} | \\
& + (mv d_{mn} b_{uv} + nu a_{mn} d_{uv}) | -B_{m-u, n-v} + B_{m-u, n+v} + B_{m+u, n-v} - B_{m+u, n+v} | \\
& + (mv c_{mn} d_{uv} + nu b_{mn} a_{uv}) | C_{m-u, n-v} + C_{m-u, n+v} - C_{m+u, n-v} - C_{m+u, n+v} | \\
& + (mv c_{mn} c_{uv} - nu b_{mn} b_{uv}) | D_{m-u, n-v} + D_{m-u, n+v} + D_{m+u, n-v} + D_{m+u, n+v} | \\
& + (mv c_{mn} a_{uv} - nu b_{mn} d_{uv}) | B_{m-u, n-v} - B_{m-u, n+v} + B_{m+u, n-v} - B_{m+u, n+v} | \\
& \left. + (mv c_{mn} b_{uv} + nu b_{mn} c_{uv}) | A_{m-u, n-v} - A_{m-u, n+v} - A_{m+u, n-v} + A_{m+u, n+v} | \right\} = 0 \quad (8)
\end{aligned}$$

La ecuación (8) es la forma espectral de la ecuación de vorticidad barotrópica.

A partir de la ecuación (8) se puede obtener la expresión para cada una de las derivadas de los coeficientes de la serie de Fourier, multiplicando toda la ecuación por su correspondiente función de la base e integrando sobre la región considerada y además se utiliza la propiedad de que la función de la base en cuestión es ortogonal, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 a'_{rs} = & \frac{r k \beta b_{rs}}{(r^2 k^2 + s^2 \ell^2)} + \sum_u \sum_v \frac{k \ell (u^2 k^2 + v^2 \ell^2)}{4(r^2 k^2 + s^2 \ell^2)} \\
 & + |-(r+u) v b_{t+u, s+v} C_{jv} + (s+v) u c_{r+u, s+v} b_{uv}| \\
 & + |-(r-u) v b_{r-u, s+v} c_{uv} + (s+v) u c_{r-u, s+v} b_{uv}| \\
 & + |-(r+u) v b_{r+u, s-v} c_{uv} + (s-v) u c_{r+u, s-v} b_{uv}| \\
 & + |-(r-u) v b_{r-u, s-v} c_{uv} + (s-v) u c_{r-u, s-v} b_{uv}| \\
 & + | (r+u) v a_{r+u, s+v} d_{uv} - (s+v) u d_{r+u, s+v} a_{uv}| \\
 & + | (r+u) v a_{r+u, s-v} d_{uv} - (s-v) u d_{r+u, s-v} a_{uv}| \\
 & - | (r-u) v a_{r-u, s+v} d_{uv} - (s+v) u d_{r-u, s+v} a_{uv}| \\
 & - | (r-u) v a_{r-u, s-v} d_{uv} - (s-v) u d_{r-u, s-v} a_{uv}| \\
 & + | (r+u) v d_{r+u, s+v} a_{uv} - (s+v) u a_{r+u, s+v} d_{uv}| \\
 & - | (r+u) v d_{r+u, s-v} a_{uv} - (s-v) u a_{r+u, s-v} d_{uv}| \\
 & + | (r-u) v d_{r-u, s+v} a_{uv} - (s+v) u a_{r-u, s+v} d_{uv}| \\
 & - | (r-u) v d_{r-u, s-v} a_{uv} - (s-v) u a_{r-u, s-v} d_{uv}| \\
 & + | (r+u) v c_{r+u, s+v} b_{uv} + (s+v) u b_{r+u, s+v} c_{uv}| \\
 & - | (r+u) v c_{r+u, s-v} b_{uv} + (s-v) u b_{r+u, s-v} c_{uv}| \\
 & - | (r-u) v c_{r-u, s+v} b_{uv} + (s+v) u b_{r-u, s+v} c_{uv}| \\
 & + | (r-u) v c_{r-u, s-v} b_{uv} + (s-v) u b_{r-u, s-v} c_{uv}|
 \end{aligned} \tag{9}$$

En forma análoga se obtienen expresiones para las derivadas de los demás coeficientes.

La ecuación (9) es la transformada de Fourier de la ecuación (1) y es un conjunto de ecuaciones diferenciales que se pueden determinar. Los coeficientes a_{rs} , b_{rs} , c_{rs} , d_{rs} son las variables dependientes.

En general, un conjunto de ecuaciones diferenciales puede convertirse en un conjunto de ecuaciones algebraicas, reemplazando las derivadas temporales por diferencias finitas y por lo tanto es posible obtener una solución.

Al convertir nuestras ecuaciones diferenciales en un sistema de ecuaciones algebraicas se pueden resolver numéricamente fijando un intervalo de tiempo Δt (en nuestro caso media hora) y dando los valores iniciales de los coeficientes. Entonces podemos usar la fórmula de diferencias finitas centradas (Shaw, 1953).

$$a_{n+1} = a_{n-1} + 2\left(\frac{da}{dt}\right)_n \Delta t \quad (10)$$

para calcular los valores de los coeficientes en $t = t + \Delta t$. Se procede en forma análoga para b_{rs} , c_{rs} y d_{rs} .

En el primer paso de tiempo, no es posible usar la fórmula de diferencias finitas centradas. Por consiguiente, se puede obtener una primera aproximación $a_{(1)}$ en a_1 , por medio de diferencias finitas adelantadas, es decir

$$a_{(1)} = a_0 + \left(\frac{da}{dt}\right)_0 \Delta t \quad (11)$$

y fórmula análoga para b_1 , c_1 y d_1 .

Entonces se obtienen los valores finales de a_1 mediante la fórmula

$$a_1 = a_0 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{da}{dt}\right)_0 + \left(\frac{da}{dt}\right)_1 \right] \Delta t \quad (12)$$

con fórmulas análogas para b_1 , c_1 y d_1 .

Hasta aquí se ha expuesto, en forma general, un método para resolver una ecuación de tipo elíptico, dadas las condiciones iniciales o valores iniciales de los coeficientes de la doble serie de Fourier.

Para obtener los valores óptimos de los coeficientes iniciales de la serie, se podrían tratar dos formas. Una sería construyendo una función que diera una medida del error entre los valores observados inicialmente y los valores de los coeficientes de la serie de Fourier. Esto conduce a un sistema de ecuaciones lineales para los coeficientes iniciales. Sin embargo, se encontró que para resolver dicho sistema el tiempo de computadora es excesivo y hace el proceso muy lento para fines de pronóstico. La otra forma es la de aproximar los coeficientes iniciales por medio de integrales, es decir

$$a_{rs} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi(x, y) \cos r x' \cos s y' dx' dy' \quad (13)$$

donde $\psi(x, y)$ son valores conocidos de la función de corriente de $t = 0$. Para los coeficientes brs , crs , drs , se tienen expresiones similares a (13).

Calculando de esta forma los coeficientes iniciales se obtiene una buena condición inicial para la ecuación elíptica. Esto se puede observar en los resultados finales. La condición resultante se aplica en la ecuación (9) y ésta a su vez en (10), con lo cual se obtiene un pronóstico a 24 horas.

3. RESULTADOS

Como se ha mencionado anteriormente, se desarrolló un programa para resolver la ecuación de vorticidad barotrópica, lo cual permite un pronóstico de la forma de las superficies isobáricas de 500 mb. con 24 horas de anticipación.

En los mapas o cartas que se presentan, se pueden observar las curvas de nivel de las superficies isobáricas de 500 mb. En las figuras 1 y 5 se muestran las condiciones iniciales del campo de las isohipsas para su uso en el modelo barotrópico; corresponden a los días 5 de octubre y 14 de diciembre, respectivamente. En las figuras 2 y 6 se tiene la configuración del mismo campo (observado) 24 horas después, es decir, para los días 6 de octubre y 15 de diciembre, respectivamente. Las figuras 3 y 7 corresponden a la reconstrucción (por el modelo) de la condición inicial de los días 5 de octubre y 14 de diciembre. Y, por último, en las figuras 4 y 8 se ven las isohipsas pronosticadas por el modelo en ambos experimentos.

Comparando las figuras 1 con 3 y 5 con 7, se puede observar que el aspecto general de las curvas de nivel calculadas son muy parecidas a las observadas; esto se debe a la buena aproximación de los coeficientes iniciales calculados con las integrales usadas (ecuación 13), los ejes de las vaguadas no se modifican y las zonas de alta presión no cambiaron. Sin embargo, al observar las isohipsas en el sur y suroeste del área de estu-

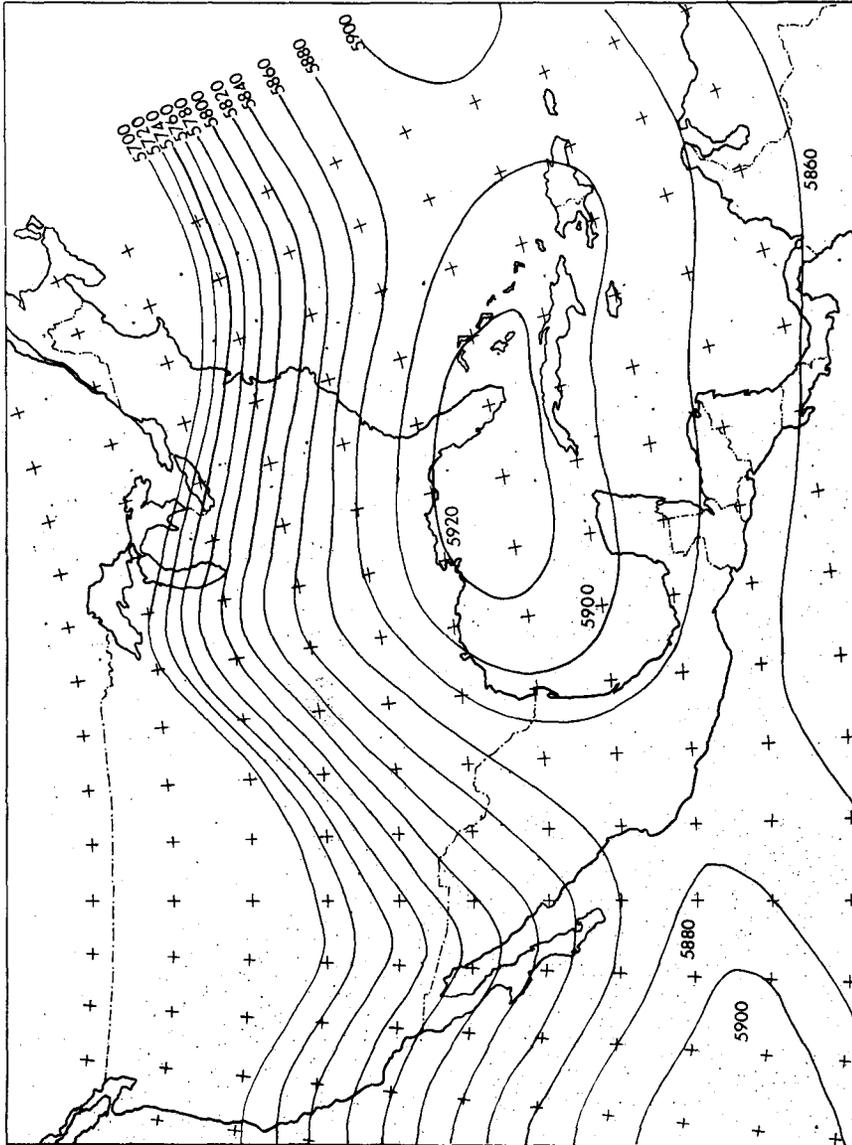


Fig. 1. Carta de isohipsas en 500 mb, 5 de octubre, 1981 (Observada).

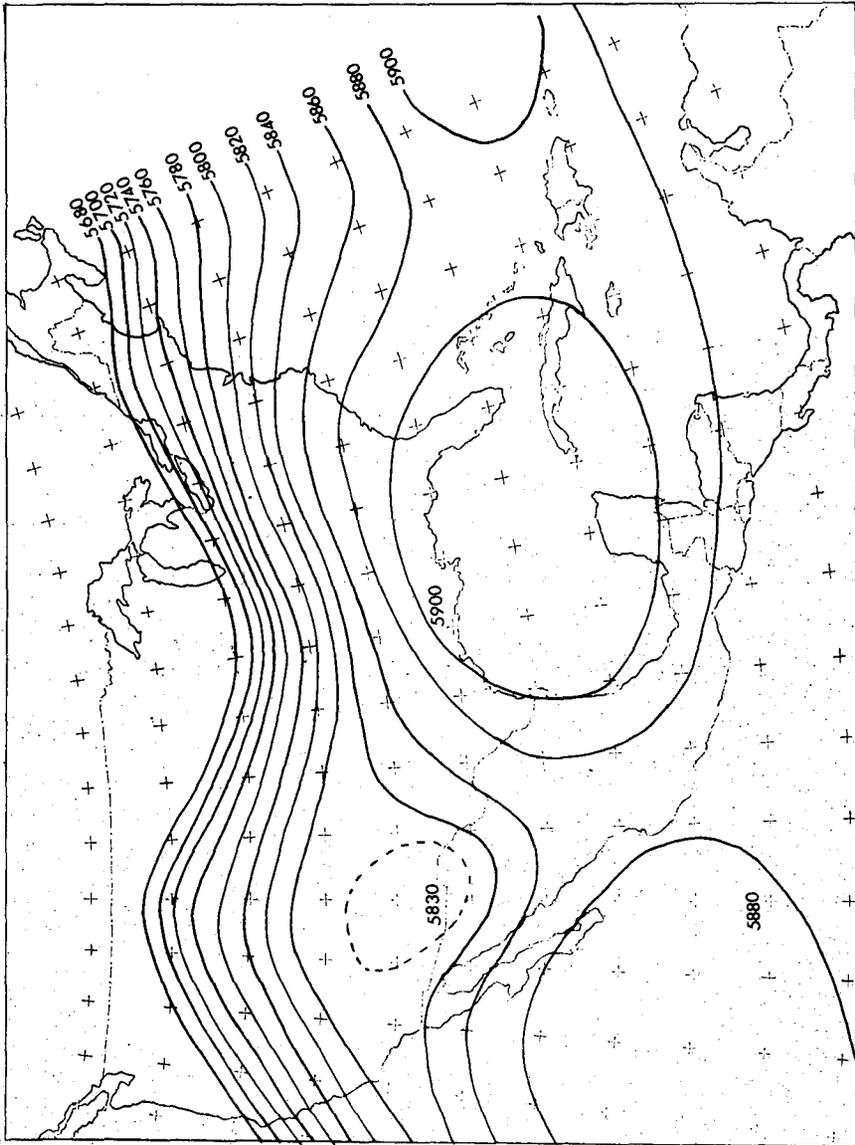


Fig. 2. Carta de isohipsas en 500 mb, 6 de octubre, 1981 (Observada).

dio, la reconstrucción de la condición inicial es regular, debido básicamente a que en esa área se tienen pocos datos reportados y la interpolación falla, lo cual se va a reflejar en el pronóstico.

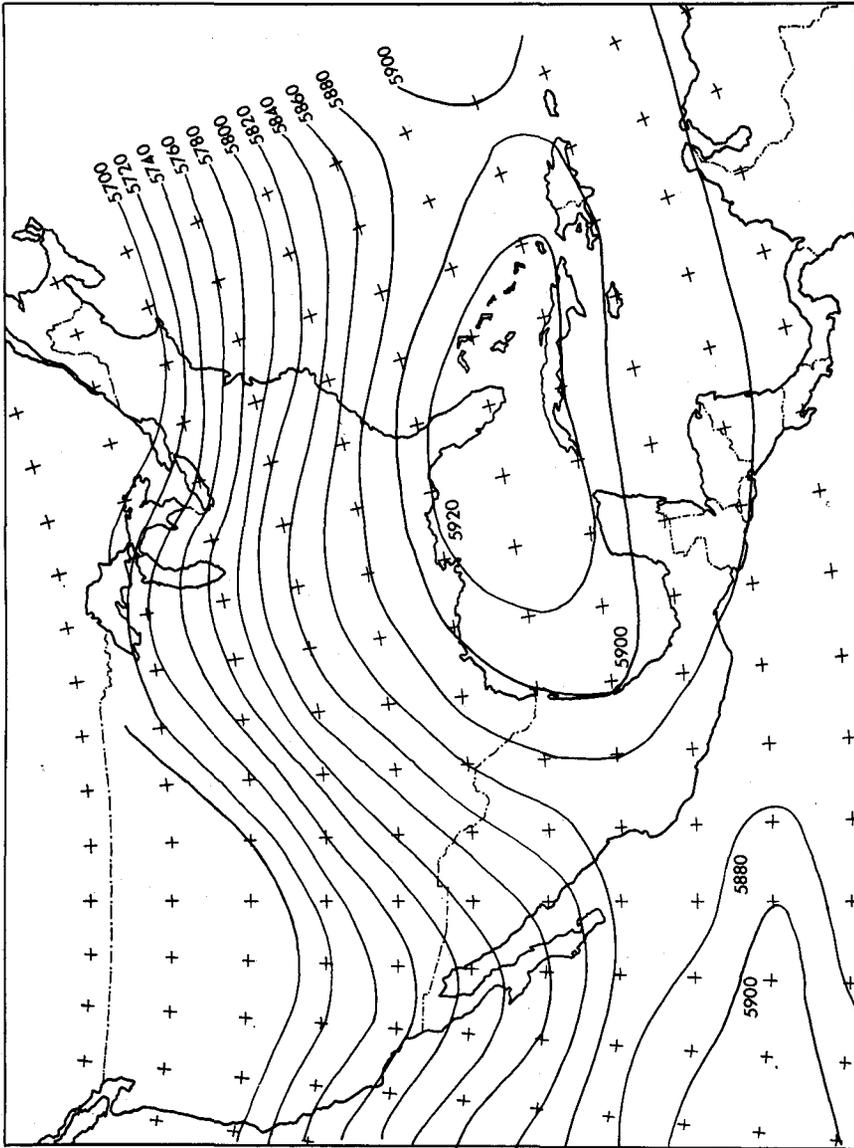


Fig. 3. Carta de isohipsas en 500 mb, 5 de octubre, 1981 (Calculada).

Esta condición inicial se usa en el modelo barotrópico, lo que permite un pronóstico a 24 horas (véanse figuras 4 y 7).

Para calcular el grado de precisión del pronóstico y la reconstrucción de la condición inicial, se procedió de la siguiente manera: *i)* se compararon las isohipsas observadas con las isohipsas pronosticadas, conside-

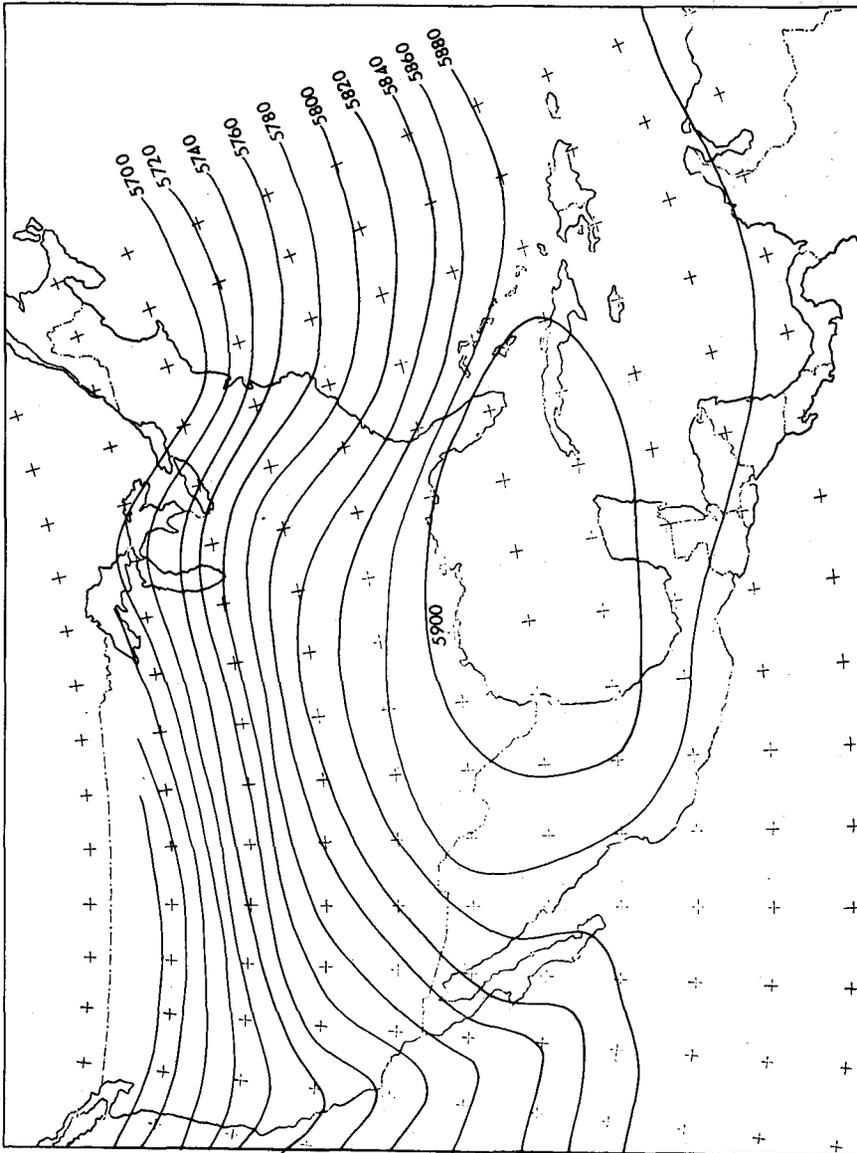


Fig. 4. Carta de isohipsas en 500 mb, 6 de octubre, 1981 (Calculada).

rándolas como secuencia ordenada de datos; *ii*) se examinó la nube de puntos, encontrándose que existe regresión lineal; *iii*) se utilizó el índice de correlación de Pearson, encontrándose una correlación de 0.85 para el pronóstico y 0.93 para la reconstrucción de la condición inicial.

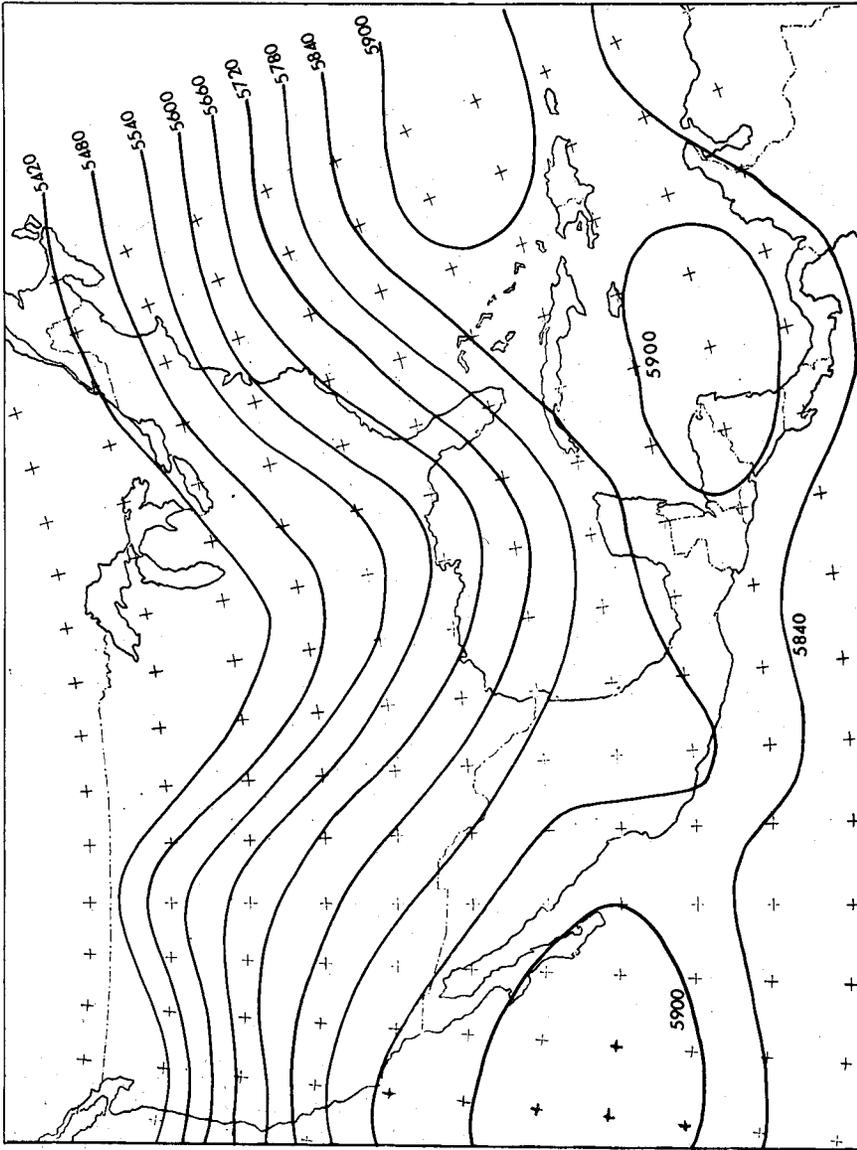


Fig. 6. Carta de isohipsas en 500 mb, 15 de diciembre, 1981 (Observada).

Analizando las figuras 6 y 8 se observa que el pronóstico es bueno en todo el territorio de Estados Unidos, la República Mexicana (excluyendo la zona noroeste), el Golfo de México y la parte del Caribe.

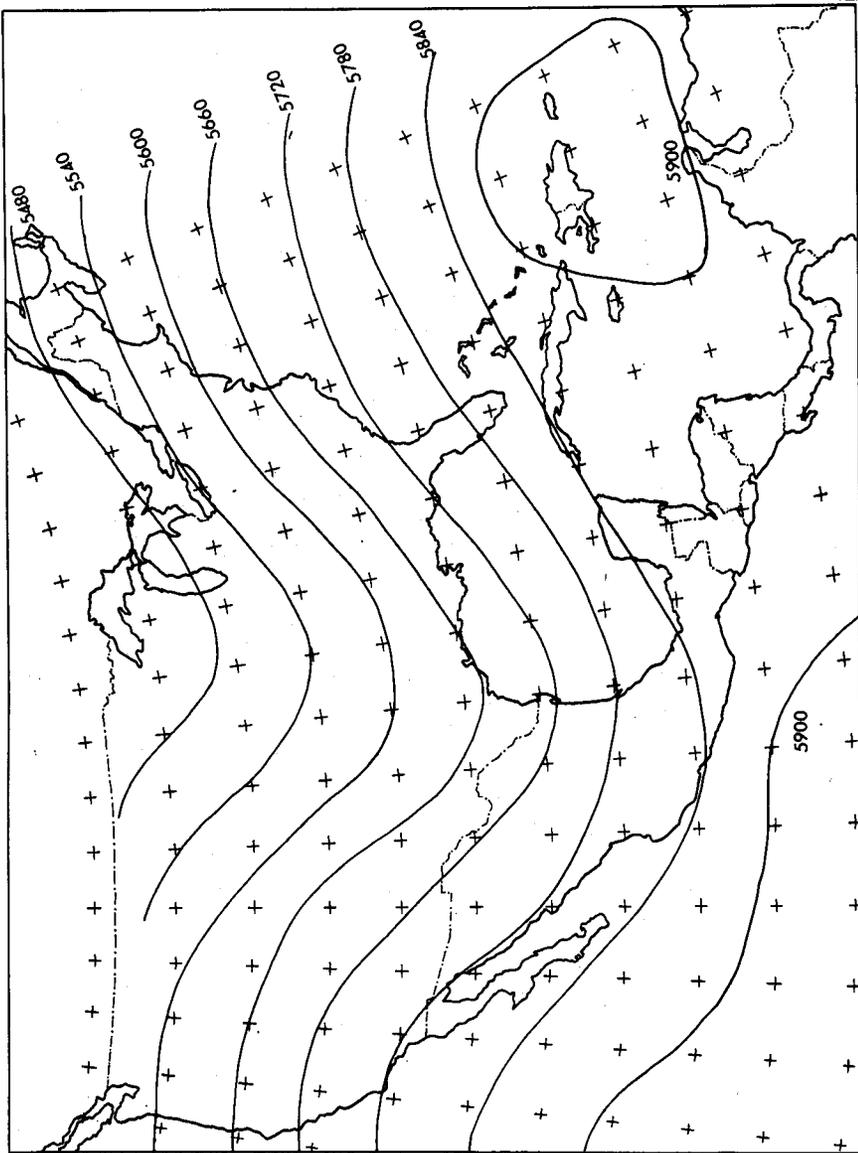


Fig. 7. Carta de isopiasas en 500 mb, 14 de diciembre, 1981 (Calculada).

Por lo anterior, se tiene que la mejor predicción se obtuvo para el día 14 de diciembre. Uno esperaría que el pronóstico fuera prácticamente igual en ambos casos analizados, sin embargo, las diferencias se deben básicamente a las limitaciones del modelo barotrópico usado.

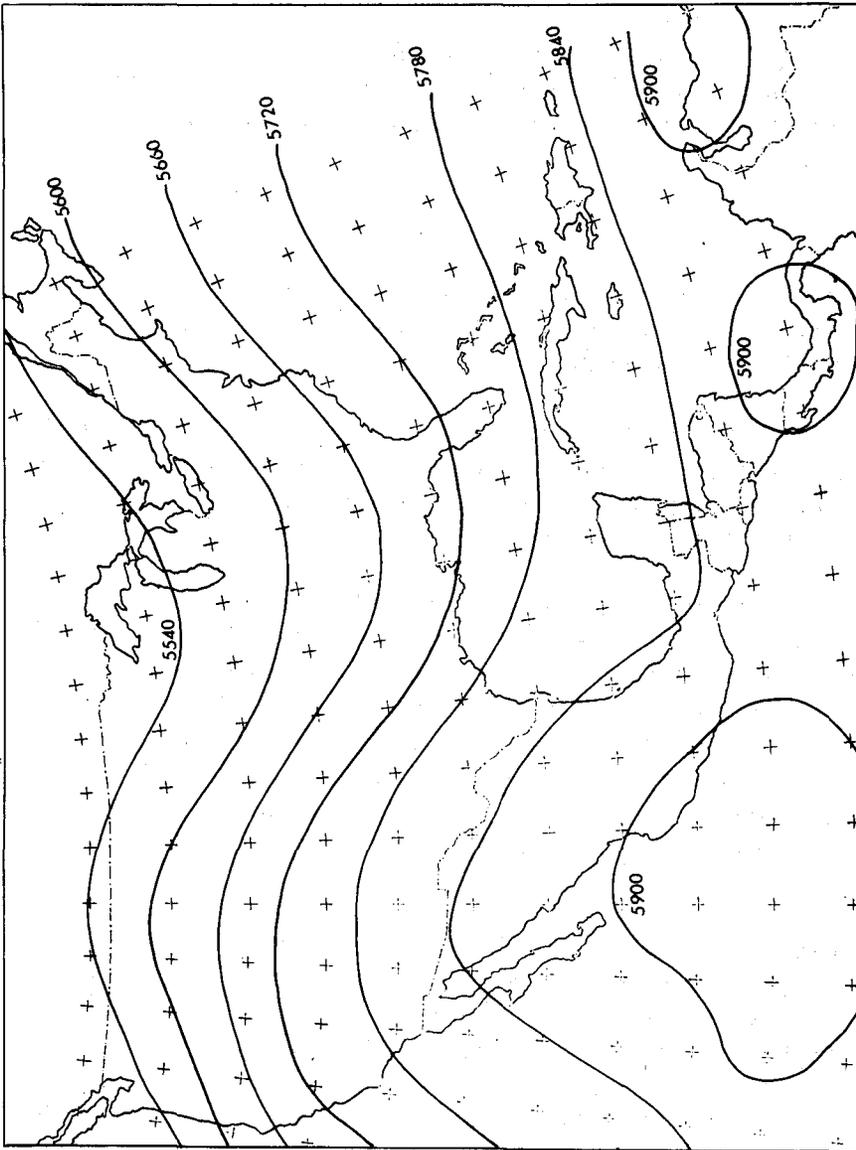


Fig. 8. Carta de isohipsas en 500 mb, 15 de diciembre, 1981 (Calculada).

En el primer caso aparece una célula de baja con un valor de 5 830 m., sobre la frontera política entre Estados Unidos y México, la cual no es detectada por el modelo barotrópico, debido a que no toma en cuenta la magnitud y dirección del viento, ésta última es la que se considera siempre paralela a lo largo de las isobaras. Otra limitación del modelo es que no considera el término de divergencia, lo que significa ausencia

de fuentes y sumideros que podrían detectar interacciones con otras capas atmosféricas adyacentes. Así pues, como el modelo no contempla esta interacción, es difícil observar la influencia debida a otras capas, con lo que se podría detectar con mucha precisión el desplazamiento de las vaguadas.

CONCLUSIONES

Se consideró una atmósfera ideal (no hay fricción) homogénea, incompresible y en equilibrio hidrostático, en donde sólo los movimientos horizontales son importantes.

El nivel en el cual el movimiento de atmósfera baroclínica corresponde al movimiento de atmósfera barotrópica, es 550 mb. (Shukla, 1972); entonces, para propósitos prácticos se puede tomar 500 mb. para la aplicación del modelo barotrópico.

Las limitaciones del modelo barotrópico pueden resumirse brevemente como sigue: *i)* Se intenta representar el comportamiento de una atmósfera promediada verticalmente en algún nivel intermedio. *ii)* No hay mecanismos de generación o disipación de energía cinética (EC), y por lo tanto, sólo hay redistribuciones de EC y momento. Entonces los desarrollos baroclínicos no pueden predecirse. *iii)* El movimiento se tomó sólo en dos dimensiones. *iv)* La aproximación del viento geostrófico conduce a considerar la dirección del viento paralela a lo largo de las isobaras.

La justificación para el uso del modelo barotrópico inspirada en estas limitaciones está dada por las siguientes bases observacionales y numéricas: *i)* las perturbaciones de escala vertical son mucho más pequeñas comparadas con las de escala horizontal. *ii)* La generación de energía cinética por procesos baroclínicos está limitada a regiones y la razón de cambio de EC es muy pequeña comparada con la EC total en sistemas sinópticos en el curso de un día. *iii)* El cálculo numérico se simplifica. Ya que no están presentes las ondas de gravedad y de sonido, es posible tomar pasos de tiempo (time steps) grandes.

Para tener simulaciones más realistas del comportamiento de la atmósfera se recomienda trabajar con modelos que consideren el término de divergencia, por ejemplo, el modelo baroclínico o trabajar con el modelo de ecuaciones primitivas.

Por otro lado, se mostró también que el método espectral (ME) desarrollado en este trabajo sirve para resolver ecuaciones tipo Poisson. Y comparado con el método de diferencias finitas (MDF), tiene las siguientes ventajas: *i)* No se requiere la relajación para resolver la ecuación de vorticidad, ya que el ME calcula las derivadas espaciales exactamente. *ii)* Se tiene el mismo número de incógnitas que ecuaciones, por lo que “aparentemente” no se requieren las condiciones de frontera. Esto se debe a que se fijan las longitudes de onda zonal y meridional.

El uso de las integrales aproximadas permite reducir significativamente el cálculo de los coeficientes de Fourier haciendo el proceso más eficiente en computadora.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Fís. Jorge Fujioka y a la Ing. Rocío Gil por sus sugerencias en la parte de la programación.

BIBLIOGRAFIA

- BAER, P., and G. PLATZMAN, 1961. A procedure for numerical integration of the spectral vorticity equation. *J. Met.*, 18, 393-401.
- DARON, E., A. HOLLINGWORTH, B. J. HASKINS and A. J. SIMMONS, 1974. A comparison of grid-point and spectral methods in a meteorological problem. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 100, 371-383.
- ELIASSEN, E., B. MACHENHAUER and E. RASMUSSEN, 1970. On a numerical method for integration of the hydrodynamical equations with a spectral representation of the horizontal fields. Inst. for Teo. Met. Kobenhav Univ. Report 2.
- ELSAESSER, H. W., 1966. Evaluation of spectral versus grid methods of hemispheric numerical weather prediction. *J. of Appl. Met.*, 15, 246-262.
- HALTINER, G. J., 1971. Numerical weather prediction. J. Willey & Sons.
- KUBOTA, S., M. HIROSE, Y. KIKUCHI and Y. KURIHARA, 1961. Barotropic forecasting with the use of surface spherical harmonic representation. *Pap. Met. Geophys.* 12, 199-225.
- LORENZ, E. N., 1960. Maximum simplification of the dynamics equations. *Tellus*, 12, 3, 243-254.
- ORSZAG, S. A., 1971. Numerical simulation of incompressible flows

- within simple boundaries: accuracy. *S. Fluid. Mech.*, 49, 75-113.
- PLATZMAN, G. W., 1960. The spectral form of the vorticity equations. *J. Met.* 17, 635-644.
- SIBERMAN, I., 1954. Planetary waves in the atmosphere. *J. Met.*, 11, 27-34.
- SHUKLA, J., 1972. Barotropic model: a review. *Indian J. Met. Geophys.* 23, 202-206.
- SHAW, F. S., 1953. Relaxation Methods and introduction to approx-
imational methods for differential equations. Ed. Dover.