UN ANALISIS SEMIOBJETIVO PARA EL CAMPO DE VIENTO EN LOS TROPICOS

I. PEREZ GARCIA* (Recibido: 25 de septiembre, 1984) (Aceptado: 21 de noviembre, 1984)

RESUMEN

El análisis semiobjetivo para el campo de viento en los trópicos se logar a través de: 1) Un análisis objetivo del campo de viento donde se usa el método de corrección sucesiva, 2) Un análisis subjetivo del campo de divergencia y vorticidad para el cual se utiliza una fotografía de satélite, 3) Un análisis objetivo de los mismos campos, lo que plantea el problema de valores iniciales y de frontera para dos ecuaciones tipo Poisson.

A partir de estas ecuaciones se obtienen la función Potencial y Corriente por cuya derivación se obtiene finalmente el campo de viento.

ABSTRACT

The semi-objective analysis for wind fields in the tropics is achieved through: 1) An objective analysis of the wind field using the method of successive corrections, (2) A subjective analysis of the divergence and vorticity fields by using a satellite photograph, 3) An objective analysis of the same fields; this latter gives rise to initial and boundary value problems for two Poisson equations.

The potential and stream functions are obtained from these equations and finally, by derivation, the wind field is determined.

* Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM, MEXICO.

INTRODUCCION

La red de estaciones sinópticas sobre el Pacífico del Este es muy escasa. La climatología y la circulación tropical no es muy conocida. Los sistemas tropicales y de latitudes medias que mayor influencia ejercen sobre la República Mexicana, tanto en verano como en invierno, son los que provienen de esta región.

Con la fotografía de satélite ha surgido una nueva fuente de datos a partir de la cual se puede obtener información cuantitativa. Las técnicas para extraer esta información (el campo de viento), varían desde las fotografías que son animadas (Fujita, 1967 y Huber, 1969), hasta los sistemas más avanzados de procesamiento de imágenes (Smith, 1975). En cada una de estas técnicas se utilizan al menos dos fotografías de satélite.

El propósito de este trabajo es desarrollar un esquema de análisis objetivo para el campo de viento que considere una fotografía de satélite. La línea que se sigue es el método de corrección sucesiva iniciado por Bergthorsson y Doos (1955) y corregido por Cressman (1959).

La estructura general del método y el algoritmo de computadora son similares al de Tripoli y Krishnamurti (1975), excepto que ahora el campo de viento se obtiene de la función corriente (ψ) y la función potencial (χ) obtenidas por relajación de los campos de vorticidad y divergencia.

METODOS DE ANALISIS

Para obtener el campo de viento corregido en cada uno de los puntos de la malla se utilizaron los métodos de análisis objetivos y subjetivos que a continuación se describen:

Análisis objetivo

Sea $\Omega = \{x = (x, y) \mid a \le x \le b, c \le y \le d\}$ c \mathbb{R}^2 una región acotada de la atmósfera la cual contiene $\mathbb{V}^s = (u^s, v^s)$ datos de viento, en las localizaciones $x^s = (x^s, y^s)$ con s = 1, ..., n. Los puntos $x^s \in \Omega$ o son puntos de acumulación de Ω (alguna vecindad de x^s contiene al menos un punto de Ω).

I. Pérez García

El problema es encontrar una función vectorial viento $V:\Omega c \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, la cual tendrá el valor V(x) en una localización específica $x \in \Omega$. Se introduce una malla regular en Ω :

 $\Omega_{ij} = \left\{ x_{ij} = (x_i, y_j) \epsilon \Omega | x_i = i \Delta x, y_j = j \Delta y, \quad i = 0 \dots, N, \quad j = 0, \dots M \right\}$ donde

$$\Delta y = \frac{c \cdot d}{M} \quad y \quad \Delta x = \frac{b \cdot a}{N}$$

Para $\mathbf{x}^{s} \epsilon \Omega_{ij} U \Omega$ (donde Ω_{ij} es la región Ω descretizada) se interpolan los valores de viento climatológicos o un pronóstico barotrópico $\mathbf{V}^{c}(\mathbf{x}_{ij})$ en cada \mathbf{x}^{s} , empleando un esquema de interpolación Lagrangiano de nueve puntos:

$$\mathbf{V}_{p}(\mathbf{x}^{s}) = \sum_{\substack{i=I-1\\j=J-1}}^{I+1} \omega_{ij} \mathbf{V}^{c}(\mathbf{x}_{ij})$$
(1)

donde $V_p(x^s)$ es el valor climatológico interpolado en el punto x^s , ω_{ii} toma la expresión:

$$\omega_{ij} = \frac{\underset{k=I-1}{\overset{k=I+1}{\longleftarrow}} (x^{s} - x_{k})}{\underset{\substack{k\neq i}{\longleftarrow}}{\overset{\ell=J+1}{\longleftarrow}} (x_{I} - x_{k})} \frac{\underset{\ell=J-1}{\overset{\ell=J+1}{\longleftarrow}} (y^{s} - y_{\ell})}{\underset{\substack{\ell\neq J}{\longleftarrow}}{\overset{\ell=J+1}{\longleftarrow}} (y^{s} - y_{\ell})}$$
(2)

 $V^{c}(x_{ij})$ es el valor que se tiene en el punto $x_{ij} \in \Omega_{ij}$.

Para observaciones que están en los puntos de acumulación x^s se utiliza el esquema de interpolación de promedios pesados, en este caso (1) queda como

$$\mathbf{V}_{\mathbf{p}}(\mathbf{x}^{s}) = \frac{\Sigma \mathbf{w}_{\mathbf{e}} \mathbf{V}^{c}}{\Sigma \mathbf{w}_{\mathbf{e}}} (\mathbf{x}_{ij})$$
(3)

con w_e la función peso de Cressman (1959):

$$w_e = \frac{R^2 - d_e^2}{R^2 + d_e^2}$$

donde R es el radio de un disco centrado en x^s conteniendo e puntos. $x_{ij}^e \in \Omega_{ij} y d_e = || x^s - x_{ij}^e||$ es la distancia del punto x^s a x_{ij}^e .

Ahora se calcula en cada x^s el error E_s entre el valor interpolado V_p y el valor observado V^s , es decir

$$\mathbf{E}_{\mathbf{s}} = \mathbf{V}^{\mathbf{s}} - \mathbf{V}_{\mathbf{p}} \tag{4}$$

después se barre con un disco $S_{R'}(\mathbf{x}_{ij})$ de centro \mathbf{x}_{ij} y radio R' a cada $\mathbf{x}_{ij} \epsilon \Omega_{ij}$ y se consideran las m observaciones $\mathbf{v}^s \epsilon S_{R'}(\mathbf{x}_{ij})$. Por lo tanto la aproximación de la función vectorial V en $\mathbf{x}_{ij} \epsilon \Omega_{ij}$ será

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}_{ij}) = \mathbf{V}^{c}(\mathbf{x}_{ij}) + \frac{\sum_{s=1}^{m} \omega_{s} E_{s}}{\sum_{s=1}^{m} \omega_{s}}$$
(5)

donde

$$\omega_{\rm s} = \frac{{\rm R}'^2 - {\rm d}_{\rm s}^2}{{\rm R}'^2 + {\rm d}_{\rm s}^2}$$

La elección de R' anteriormente tomada considera sistemas con una determinada longitud de onda, con el fin de considerar otras longitudes (ver Ramanathan y Sikka (1972)), se barren $\forall x_{ij} \epsilon \Omega_{ij}$ otros discos $S_{R^{\nu}}(x_{ij})$ de radio R^{ν} , siendo $R^{\nu+1} < R^{\nu}$ para $\nu = 1, 2, 3$ por lo que en este caso la fórmula (5) es iterativa:

$$\mathbf{V}^{\nu+1}(\mathbf{x}_{ij}) = \mathbf{V}^{\nu}(\mathbf{x}_{ij}) + \gamma \frac{\Sigma_s \omega_s \mathbf{E}_s^{\nu}}{\frac{\Sigma}{s} \omega_s^{\nu}}$$
(6)

donde γ (ver Tripoli y Krishnamurti, 1975), es algún factor de suavizamiento y

$$\omega_{\rm s}^{\nu} = \frac{({\rm R}^{\nu})^2 - ({\rm d}_{\rm s}^{\nu})^2}{({\rm R}^{\nu})^2 + ({\rm d}_{\rm s}^{\nu})^2} \quad , \qquad {\rm E}_{\rm s}^{\nu} = {\rm V}_{\rm s}^{\nu} - {\rm V}_{\rm p}^{\nu}$$

El campo $V^c(x_{ij})$ no se modifica en subregiones de Ω_{ij} que están muy alejadas de las observaciones V^s .

Conocido $V^{\nu+1}(\mathbf{x}_{ij}) \forall \mathbf{x}_{ij} \epsilon \Omega_{ij}$ para $\nu = 3$, se calculan los campos de vorticidad y divergencia

$$\nabla \cdot \mathbf{V}^{\nu+1}(\mathbf{x}_{ij}) = \delta_{ij}^{c}$$
(7)
$$\nabla_{\mathbf{X}} \mathbf{V}^{\nu+1}(\mathbf{x}_{ij}) = \xi_{ij}^{c}$$

Análisis subjetivo para el campo de vorticidad y divergencia

Para la hora de análisis (figura 1) se utiliza una fotografía de satélite como fuente de datos. Cuantificando la información contenida en la fotografía se utilizan las gráficas reportadas por Williams and Gray (1973)*, figuras 2, 3a y 3b. El primer paso consiste en localizar los sistemas nubosos tropicales similares a los estudios hechos por Williams & Gray (1973).

En la figura 1 se localizan dos sistemas al suroeste de la República Mexicana y en la figura 4d se observan en proyección Mercator. El centro de masa de cada sistema es localizado posteriormente junto con ciertos puntos (seudoestaciones) aislados de alguna forma regular, donde se



Fig. 1. La fotografía muestra los sistemas tropicales localizados al suroeste de la República Mexicana.

les dará valores de vorticidad ξ^s y divergencia δ^s a partir de las gráficas 2, 3a y 3b. Analizando, por ejemplo, el sistema del lado izquierdo de la figura 4d en el nivel de 200 mb., el valor aproximado de divergencia y

^(*) Williams and Gray (1973) y Ruprecht and Gray (1976) obtienen los perfiles de vorticidad y divergencia de los sistemas nubosos del Pacífico Oeste y del Océano Atlántico tropical oeste del Hemisferio Norte. Encuentran una capa de convergencia hasta los 400 mb., y una intensa zona de divergencia entre la capa de 100-300 mb., las cuales son similares a las de Reed and Recker (1971), siendo menos intensas las del Caribe. Fujita (1969), al estudiar el flujo que cruza el Ecuador, analiza la vorticidad y divergencia en niveles inferiores para los sistemas nubosos localizados en el Pacífico del este y los resultados son similares a los de Williams and Gray (1973). Leary (1979) ha hecho estudios del campo de viento observado en la vecindad de un sistema nuboso en el área del GATE y ha observado que el patrón de viento del nivel de superficie obtenido es similar al climatológico.

vorticidad en el centro de masa del sistema es $\delta^s = 12 \times 10^{-6} \text{seg}^{-1} \text{ y}$ $\xi^s = 4 \times 10^{-6} \text{seg}^{-1}$; asimismo, también se puede dar el valor de $\delta^s = 4 \times 10^{-6}$ $\text{seg}^{-1} \text{ y} \xi^s = 2 \times 10^{-6} \text{seg}^{-1}$ a una seudoestación que esté sobre el contorno del sistema. Así, la figura 2 ayuda a determinar el campo de divergencia en la horizontal e igualmente en las figuras 3a y 3b el campo de vorticidad y divergencia en la vertical. De estos valores se calcularán los valores objetivos de vorticidad ξ^s y divergencia δ^s en los puntos de la malla.



Fig. 2. Campo de divergencia para el nivel de 200 mb. en el sistema nuboso.



Fig. 3a. Vorticidad relativa promedio en área para diferentes casos a desarrollo del sistema nuboso.



Fig. 3b. Divergencias promedio en área para los mismos casos de 3a.

Análisis objetivo para el campo de vorticidad y divergencia

El campo de vorticidad ξ_{ij}^c y divergencia δ_{ij}^c ya corregido por las estaciones sinópticas, entran ahora como las componentes de la función vectorial V = F mencionadas anteriormente, que denotaremos ahora como F^c = (δ_{ij}^c , ξ_{ij}^c) y F^s = (δ^s , ξ^s). Con los datos de divergencia y vorticidad para s = 1, ..., k analizados subjetivamente en las perturbaciones tropicales, F_p es el vector interpolado y E_s = F^s - F_p. Para obtener el análisis objetivo de los campos mencionados, se repiten los pasos (1)-(5) donde el campo F = (δ_{ij} , ξ_{ij}) de vorticidad y divergencia corregido se obtiene de

$$\mathbf{F} = \mathbf{F} + \frac{\sum_{s=1}^{m} \omega_s \mathbf{E}_s}{\sum_{s=1}^{m} \omega_s}$$
(8)

donde

$$\omega_{\rm s} = \frac{{\rm R}^{\prime 2} - {\rm d}_{\rm s}^2}{{\rm R}^{\prime 2} + {\rm d}_{\rm s}^2} \tag{9}$$

R' es el radio de barrido, d_s es la distancia entre el punto de la malla y la seudoestación. Ceselki y Sapp (1975), afirman que al analizar obje-

tivamente vorticidad y divergencia, este procedimiento tiene la ventaja de definir explícitamente perturbaciones en el campo de viento.

Ahora, del Teorema de Helmholtz

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\psi} + \mathbf{v}_{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{K}} \mathbf{x} \nabla \psi + \nabla \mathbf{\chi}$$
(10)

donde V_{ψ} es el viento no divergente, V_x viento no rotacional, ψ la función corriente y χ la función potencial. Al aplicar la divergencia y el rotacional a (10) y de (8) se establece el problema de valores a la frontera

$$\nabla^2 \psi = \xi = \xi_{ij} \& \nabla^2 \chi = \delta = \delta_{ij} \forall (x, y) \in \Omega$$
(11)

con condiciones a la frontera acopladas

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = -\mathbf{V}_{n} + \frac{\partial \chi}{\partial n} ; \quad \frac{\partial \chi}{\partial s} = \mathbf{V}_{s} - \frac{\partial \psi}{\partial n} \, \forall \, (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \boldsymbol{\epsilon} \delta \Omega \tag{12}$$

donde s es la distancia a lo largo de la frontera $\delta\Omega$, positiva en el sentido contrario de las manecillas del reloj, n es la distancia en la dirección normal^{*}. Para resolver (11) con las condiciones a la frontera (12) se utiliza la "versión dos" de Hawkin y Rosenthal (1965).

Ahora de (10) obtenemos

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial \chi}$$
; $v = \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \chi}{\partial y}$ (13)

de donde se obtiene finalmente el campo de viento corregido.

RESULTADOS

La región de análisis del presente trabajo se muestra en la figura 4a, donde $a = 148^{\circ}$ Este, $b = 48^{\circ}$ Oeste, $c = 17^{\circ}5'$ Sur, $d = 43^{\circ}2'$ Norte, proyección Mercator. En esta figura se representan los vientos observados virtualmente V^s(n=11), con líneas remarcadas, localizadas prácticamente sobre la República Mexicana, que corrigen al viento climatológico V^c. También se representa el campo de viento V^c(líneas delgadas) en una malla "dirigida" de un pronóstico barotrópico para el día 5 de mayo de 1984 de las 12:00 Z del nivel de 300 mb., reportado por NMC-WASHINGTON.

* $\mathbf{V}_n = \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}}; \ \mathbf{V}_s = \mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{t}}$

donde \hat{n} y \hat{t} son vectores unitarios normal y tangente a $\partial \Omega$ respectivamente.

Se utiliza un esquema de interpolación Lagrangiana para llevar los datos del campo de viento climatológico de la malla "dirigida" a la malla de trabajo que consta de 41×27 puntos. Este campo se grafica por computadora, figura 4b, donde los pequeños segmentos indican la dirección aproximada de dicho campo y las líneas quebradas representan el flujo medio (compárense figura 4a con 4b).

En la figura 4b se observa (como parte más relevante) la presencia de dos perturbaciones tropicales, localizadas al suroeste de la República Mexicana, lo que corresponde a las zonas observadas en la fotografía de satélite (figura 1).



Fig. 4a. Campo de viento virtual (líneas marcadas) y campo de viento de un pronóstico barotrópico (líneas delgadas), correspondiente al 5 de mayo de 1984.



Fig. 4b. El mismo campo de viento de la fig. 4a. graficado por computadora, las líneas quebradas indican el flujo aproximado.

Al aplicar el esquema de análisis objetivo descrito en (1) - (5) al campo V^c con radios de barrido R¹= 3.2D, R²= 2.7D, R³= 1.9D y R⁴= 1.7D (similares a los reportados en Tripoli y Krishnamurti, 1975) se obtiene el campo mostrado en la figura 4c, donde las perturbaciones tropicales se ven debilitadas por la influencia del campo de viento virtual V^s. Este influencia no se ve reflejada en regiones alejadas del campo V^s.

En la vecindad de las observaciones (n=11) aparecen algunas discontinuidades del campo vectorial corregido; Ramanathan (1976) demuestra que para evitar estas discontinuidades las observaciones deben estar distribuidas en forma regular.



Fig. 4c. Campo de viento obtenido por medio del análisis objetivo, con cuatro radios de barrido.



Fig. 4d. Análisis subjetivo del campo de vorticidad y divergencia. Los asteriscos indican la posición de las seudoestaciones.

434

La figura 4d muestra el resultado del análisis subjetivo donde las isolíneas de divergencia coinciden con las de vorticidad y las seudoestaciones marcadas con asterisco.

Al calcular la divergencia del campo de viento obtenido objetivamente y después de hacer el análisis objetivo para la vorticidad y divergencia con un radio de barrido R'=1.9D (sólo se consideran sistemas con una determinada longitud de onda L=3000 km) el resultado que se obtiene se muestra en la figura 4e, donde se observa que las perturbaciones tropicales al suroeste de la República Mexicana han resurgido.



Fig. 4e. Análisis objetivo del campo de viento, donde se incorporan los efectos de vorticidad y divergencia de los sistemas nubosos.

Debido a los problemas de valores a la frontera surgidos en las ecuaciones (11) de tipo Poisson (Hawkins y Rosenthal, 1965), se observan también ciertas perturbaciones en la vecindad de la frontera de la región de trabajo.

CONCLUSIONES

Los resultados preliminares de este trabajo^{*}, demuestran que es posible obtener el campo de viento a partir de una fotografía de satélite, donde se ha hecho previamente un análisis subjetivo del campo de vorticidad y de divergencia.

En este caso se emplearon datos virtuales del campo de viento (observado) con el objetivo principal de probar la funcionalidad del algoritmo.

^{*} Se presentaron resultados más recientes de este trabajo en la Reunión de la Unión Geofísica Mexicana, celebrada en La Paz, Baja California Sur del 12 - 16 de noviembre de 1984.

La exactitud de este procedimiento depende en cierto modo de cuánto y cómo se han estudiado los sistemas nubosos que posteriormente dieron lugar a los patrones mostrados en las figuras 2, 3a y 3b.

Actualmente se sigue trabajando sobre este algoritmo, principalmente en lo que respecta al problema de valores a la frontera que presentan las ecuaciones (11) tipo Poisson. La idea es que se pruebe para diferentes niveles y con datos observados reales, para de esta manera obtener la inicialización necesaria para un modelo de pronóstico que emplee la función corriente en vez de la función altura geopotencial.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la colaboración de los M. en C. Telma Castro, Elba Villanueva U. y Luis Le Moyne en el desarrollo del presente trabajo; asimismo a los señores Jorge Zintzun y Rafael Patiño por las sugerencias en los algoritmos de computadora.

Al Servicio Meteorológico Nacional por facilitar el original de la fotografía de satélite.

Por último, a la Sra. Guadalupe Camacho por su labor de mecanografía y a la Sra. Virginia García D. por la elaboración de las fotografías.

BIBLIOGRAFIA

- BERGTHORSSON, P., and B. DOOS, 1955. Numerical Weather map analysis. *Tellus*, 7, 329-340.
- CESELSKI, B. F. and L. L. SAPP, 1975. Objective Wind Field Analysis using Line Integrals. *Mon. Wea. Rev. 103*, 89-103.
- CRESSMAN, G. P., 1959. An Operational Objective Analysis System. Mon. Wea. Rev., 87, 367-374.
- FUJITA, T. T., K. WATANABE and T. IZAWA, 1969. Formation and structure of Equational Anticyclones Caused by Large-Scale Cross-Equational Flows Determined by ATS-I Photographs. J. App. Met. 8, 649-667.
- FUJITA, T., 1969. Present status of cloud velocity Computations from the ATS-I and ATS-II I Satellites. Space Research IX, Amsterdam, North-Holland Publ. Co., 557-570.
- HASLER, A. F., W. SHENK and W. SKILLMAN, 1976. Wind Estimates

from Cloud Motions: Phase 1 of an *in situ* Aircraft Verification Experiment. J. App. Met. 15, 10-15.

- HAWKINS, H. F. and S. L. ROSENTHAL, 1965. On the Computation of Stream Function from the wind field. *Mon. Wea. Rev. 93*, 4.
- LEARY, C. A., 1979. Behavior of the wind field in the Vicinity of a cloud cluster in the Intertropical Convergence Zone. J. Atmos. Sci. 36, 631-639.
- RAMANATHAN, Y. and D. R. SIKKA, 1972. Fourier Expansion techniques in objective analysis. *Indian J. M. Geophys.*, 23, 145-152.
- REED, R. J. and E. E. RECKER, 1971. Structure and properties of synoptic-scale wave disturbances in the equational western Pacific. J. Atmos. Sci. 28, 1117-1133.
- RUPRECHT, E. and W. H. GRAY, 1976. Analysis of satellite-observed tropical cloud clusters. I. Wind and dynamic fields. *Tellus*, 28, 391-413.
- SMITH, A. E., 1975. McIDAS System. IEEE Transactions on Geoscience electronics, GE-13, No. 3, July.
- TRIPOLI, G. I. and T. M. KRISHNAMURTI, 1975. Low-Level Flows over the GATE Area during Summer 1972. Mon. Wea. Rev. 103, 197-216.
- WILLIAMS, K. T. and W. H. GRAY, 1973. Statistical analysis of satellite-observed trade wind cloud clusters in the Western North Pacific. *Tellus*, 25, 313-336.