

*LAS CONDICIONES DE FRONTERA HIDRAULICAS NATURALES EN LA CUENCA DE MEXICO, USANDO MODELADO MATEMATICO*

M. A. ORTEGA G.\*

RESUMEN

Se proponen las condiciones de frontera naturales y las condiciones iniciales del sistema acuífero del denominado Valle de México. A partir de las manifestaciones naturales del agua subterránea en la parte centro-sur de la Cuenca de México, se hace un análisis computacional del sistema utilizando un modelo bidimensional (en sección), por elementos finitos y para flujo estacionario. La localización inicial de las divisorias subterráneas en las montañas da lugar a que, del total de agua que se recarga en la Sierra de Chichinautzin, un 40% circula hacia el Valle de Cuautla-Cuernavaca y un 60% hacia el Valle de México; en la Sierra de Las Cruces un 30% circula hacia el Valle de Toluca y el 70% hacia el Valle de México; en el caso de la Sierra Nevada se estima que el 50% circula hacia el Valle de México por efecto de simetría en la sierra.

ABSTRACT

The natural hydraulic boundary conditions and the initial conditions of groundwater flow in the Valley of Mexico are presented. Natural evidence of groundwater flow and a two-dimensional, steady-state finite element model in cross-section were used for this analysis. From the modeling results, the location of the divides in the mountains is displaced to the valley of highest elevation, which is important in the groundwater budget of the system. The location of the groundwater divides causes groundwater discharge to the Valley of Mexico as following: 40% in Sierra Chichinautzin, 70% in Sierra Las Cruces and 50% in Sierra Nevada.

\* *Instituto de Geofísica, UNAM, MEXICO.*

## INTRODUCCION

Para conocer la respuesta del sistema acuífero del Valle de México, se han implementado algunos modelos matemáticos de la zona metropolitana y sus alrededores (Herrera *et al.*, 1982; Cruickshank *et al.*, 1982); sin embargo, estos modelos han tenido que utilizar condiciones artificiales de frontera para simular el sistema acuífero, ya que las fronteras hidráulicas naturales y las condiciones iniciales de flujo no se habían analizado con anterioridad. Un conocimiento hidrogeológico más preciso de las condiciones iniciales y las de frontera naturales permitirán un mejor modelado de los recursos de agua subterránea, tan vitales en la Cuenca de México.

## OBJETIVOS

El propósito de esta investigación es el de identificar las condiciones iniciales y las fronteras naturales del sistema acuifero de la parte centro-sur de la Cuenca de México (figura 1), con base en las evidencias hidrogeológicas de campo y en el modelado matemático de las condiciones de flujo que existieron antes de que empezara la explotación intensa del acuífero, hace aproximadamente 60 años.

Esta investigación apoya el modelado tridimensional del acuífero de la Cuenca de México (Herrera *et al.*, 1989) y a la vez se basa en el Modelo Geológico de Ruiz V. *et al.* (1989), que se presentan en este mismo número de Geofísica Internacional. El sistema de flujo del acuífero en la Cuenca de México está basado en el análisis de flujo regional estudiado por Ortega G. y Farvolden (1988).

Combinando las evidencias físicas y los resultados del modelo, a lo largo de secciones representativas, se pretende obtener la elevación y configuración del nivel piezométrico, localización de las divisorias de agua subterránea y la profundidad del sistema de flujo, dentro de un rango razonable de valores y físicamente posibles.

*Hidroestratigrafía*

Las rocas y materiales semiconsolidados o no consolidados descritos para la Cuenca de México por diferentes autores (Fries, 1960; Mooser, 1961-62; Schlaepfer, 1968) fueron clasificados por Ortega G. y Farvolden (1988) en cinco unidades hidrogeológicas regionales, de acuerdo con sus propiedades físicas y su comportamiento hidráulico:

- I) Acuitardo en materiales lacustres cuaternarios,
- II) Acuífero en rocas volcánicas y materiales cuaternarios,
- III) Acuífero en materiales piroclásticos y aluviales terciarios,  
(Acuífero principal en explotación)
- IV) Acuitardo en rocas volcánicas terciarias,
- V) Acuífero en rocas carbonatadas cretácicas.

El mapa hidrogeológico (figura 1) muestra la distribución superficial de las unidades y en las secciones hidrogeológicas (figura 2) su geometría y distribución en el subsuelo.

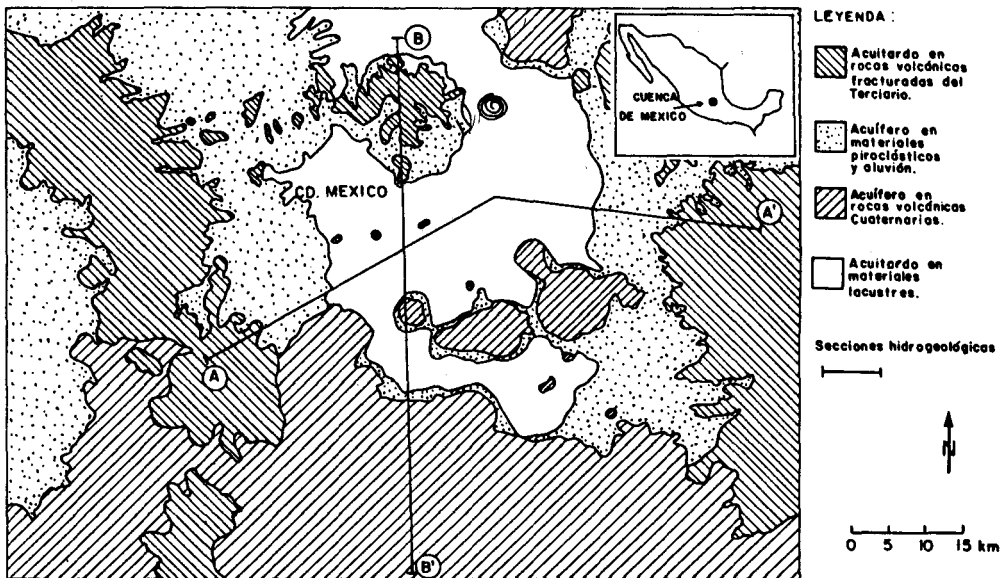
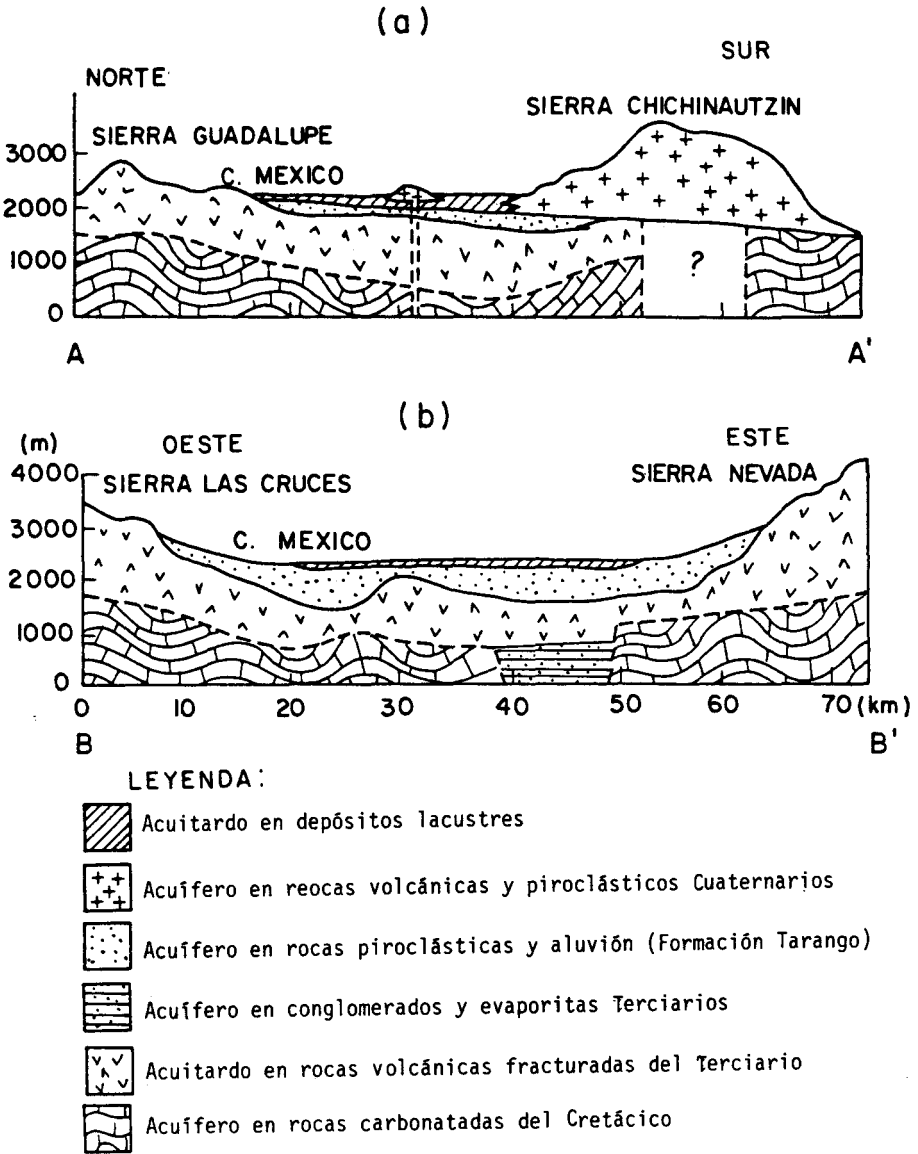


Fig. 1. Localización y distribución de unidades hidrogeológicas.



Basado en secciones geológicas de Schlaeffer, 1968; de (Scerna et al; y Ruiz et al, 1989)

(Figura tomada de Ortega G. y Farvolden, 1989)

Fig. 2. Secciones hidrogeológicas.

## MATERIALES Y METODOS

*Manifestaciones y condiciones del agua subterránea*

Las manifestaciones de agua subterránea en la Cuenca de México han estado sufriendo cambios desde que ésta empezó a ser sustancialmente modificada por el hombre. Las evidencias históricas son descritas por Durazo y Farvolden (1988); el Departamento del Distrito Federal (1986) presenta la situación más reciente desde un punto de vista piezométrico e hidrogeoquímico, y Ortega G. y Farvolden (1988) presentan un mapa que resume las condiciones hidrogeológicas de la parte central de la cuenca, mostrando en forma cualitativa las zonas de recarga y descarga del sistema acuífero (figura 3).

*Análisis computacional*

Se hicieron las siguientes simplificaciones del sistema acuífero de la Cuenca de México: condiciones estacionarias antes de iniciarse la alteración del sistema hidrogeológico natural; los acuíferos son heterogéneos y anisotrópicos; la densidad del agua subterránea es prácticamente constante; la zona no saturada está en equilibrio dinámico con el nivel de saturación; a la escala de análisis, las rocas fracturadas están representadas por su equivalente medio granular.

Con base en las simplificaciones realizadas para el sistema acuífero de la cuenca, un modelo matemático por elementos finitos (Frind y Matanga, 1985; McLaren, 1988), bidimensional, bajo condiciones estacionarias, fue utilizado para probar diferentes condiciones de frontera representativas del sistema acuífero de la Cuenca de México. Para ello se utilizaron las secciones hidrogeológicas de la figura 2, las evidencias de agua subterránea de la figura 3 e investigaciones de campo. Este modelo resuelve simultáneamente la distribución de potenciales y líneas de flujo para las siguientes ecuaciones:

$$\text{Para potenciales} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = 0$$

$$\text{Para líneas de flujo} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{K_{yy}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{K_{xx}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = 0$$

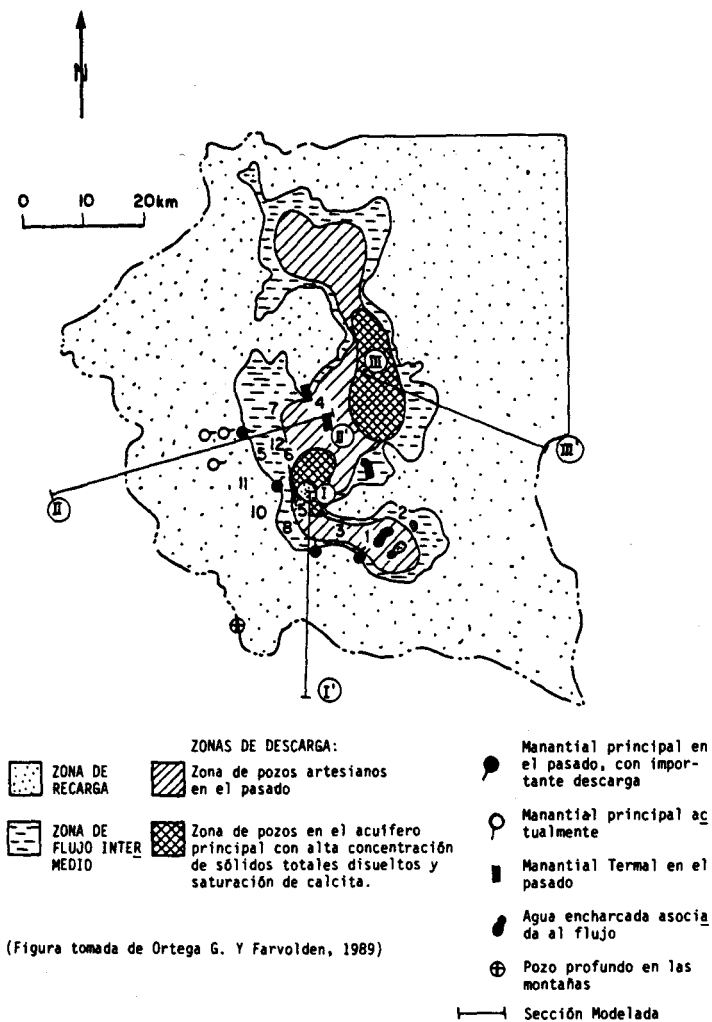


Fig. 3. Resumen de las manifestaciones de agua subterránea en el Valle de México.

Donde  $K$  representa la conductividad hidráulica,  $1/K$  la resistencia hidráulica,  $\psi$  la función de flujo y  $\phi$  el potencial.

Los valores de conductividad hidráulica considerados para las diferentes unidades hidrogeológicas (Ortega G. y Farvolden, 1988), son:

	Kh(m/s)	Kv(m/s)
Acuitardo en los depósitos lacustres	5E-8	1E-8
Acuífero en rocas volcánicas cuaternarias	5E-6	1E-6
Acuífero en materiales piroclásticos y aluvión	5E-5	1E-5
Acuitardo en rocas volcánicas terciarias	1E-7	5E-7
Acuífero en rocas carbonatadas cretácicas	1E-5	1E-5

La recarga total a lo largo de las secciones para modelación (Ortega G. y Farvolden, 1988) es:

Sierra Chichinautzin	5E-4 m(3)/s
Sierra Las Cruces	4.4E-4 "
Sierra Nevada	1.7E-4 "

La estrategia de simulación consistió en modelar tres secciones en la cuenca, paralelas a la dirección de flujo (figura 3). La primera sección incluye una parte del Valle de Toluca, la Sierra de Las Cruces y la planicie lacustre de la Cuenca de México, hasta el Peñón de los Baños. La segunda sección incluye el Lago de Texcoco hasta el parteaguas superficial de la Sierra Nevada (donde debido a la simetría de la sierra se consideró que la divisoria subterránea se corresponde con el parteaguas superficial). La tercera sección incluye la planicie lacustre de la Cuenca de México (al norte), la Sierra de Chichinautzin y parte del Valle de Cuernavaca (al sur). Las tres secciones consideran todo tipo de evidencias de agua subterránea, de tal manera que es posible analizar la posición de las fronteras para diferentes condiciones hidrogeológicas. En la figura 4 se muestran las regiones de flujo y su respectiva discretización por elementos finitos triangulares.

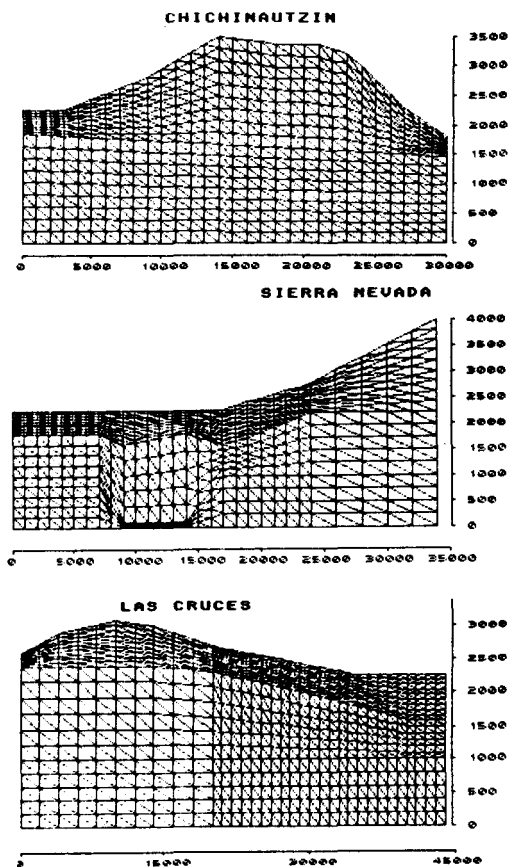


Fig. 4. Regiones de flujo y discretización por elementos triangulares.

### DISCUSION DE RESULTADOS

Las regiones de flujo de la figura 4 fueron modeladas para diferentes condiciones de frontera hidrogeológicas, con particular interés en la configuración del nivel piezométrico y en la localización de las divisorias de aguas subterráneas en las montañas. Como condiciones de frontera iniciales se consideró que la profundidad del sistema de flujo es el nivel del mar, el cual es el nivel base del agua, además de que a esa profundidad en general se localizan rocas impermeables del Cretácico Inferior; las fron-



teras laterales pueden ser representadas como potencial o primer tipo (Dirichlet) y la frontera a lo largo del nivel piezométrico, como frontera de flujo o segundo tipo (Neumann), de tal manera que la posición del nivel piezométrico se ajusta a la recarga, ya que su posición es desconocida *a priori*.

Se consideró que los manantiales principales que fueron activos en el pasado, en las cercanías de la margen lacustre y las zonas montañosas representaban la intersección del nivel regional del agua subterránea con la superficie del terreno, como consecuencia de la distribución de las unidades hidrogeológicas, de la distribución de la conductividad hidráulica y de las condiciones de frontera y recarga.

En la figura 5 se ilustra la distribución de velocidades del agua subterránea, donde la componente del vector velocidad del agua en las zonas de recarga tiene una componente vertical descendente; en las zonas de transición tiene una componente preferente horizontal y en las zonas de descarga, una componente vertical ascendente; la magnitud de la componente de velocidad está representada también en la misma figura.

#### *Localización de la divisoria de agua subterránea*

La divisoria del agua subterránea en las montañas se define en la zona donde la dirección del flujo cambia de una cuenca a otra por efectos gravitacionales. Como puede observarse en la figura 5, las montañas tienen una relación muy importante con el acuífero principal, que se localiza debajo de los sedimentos lacustres. La localización de las divisorias de agua subterránea en las Sierras de Las Cruces y Chichinautzin no corresponde con la divisoria de agua superficial; en general, la divisoria subterránea está desplazada hacia la cuenca de mayor elevación: hacia la Cuenca del Lerma en el caso de la Sierra de Las Cruces y hacia la Cuenca de México en el caso de la Sierra de Chichinautzin; en el caso de la Sierra Nevada se consideró que ambas divisorias coinciden por efecto de simetría, ya que no se cuenta con suficientes evidencias para modelarla.

El desplazamiento de la divisoria de agua subterránea en las montañas (figura 5) hace que el agua se distribuya de la siguiente manera: en la Sierra de las Cruces aproximadamente el 70% del agua circula hacia la Cuenca del Lerma y un 30% hacia la Cuenca de México; en la Sierra de Chichinautzin, aproximadamente el 40% circula hacia el Valle de Cuautla-Cuernavaca y el restante 60% hacia la Cuenca de México;

en la Sierra Nevada, 50% hacia la Cuenca de México y 50% hacia el Valle de Puebla.

### *Configuración del nivel piezométrico*

Como puede observarse en la figura 5, el nivel piezométrico ocupa una posición intermedia en el caso de las Sierras Chichinautzin y Las Cruces, mientras que en el caso de la Sierra Nevada se encuentra un poco más profundo, lo que explicaría la ausencia de manantiales importantes en la margen lacustre y los gradientes hidráulicos tan pequeños que se han observado en el ex-lago de Texcoco.

La carga hidráulica a la altura de las divisorias de agua subterránea es como sigue: en la Sierra Nevada es de 2 600 msnm, en la Sierra de Chichinautzin de 2 550 msnm y en la Sierra Las Cruces, de 2 700 msnm.

La configuración del nivel piezométrico es compatible con las evidencias hidrogeológicas, las zonas de manantiales en las faldas de las montañas corresponden a zonas bien definidas de descarga del agua subterránea; la profundidad al nivel piezométrico es compatible también con la que se observa en pozos perforados en las zonas montañosas.

### *Fronteras hidráulicas naturales y condiciones iniciales*

Las fronteras laterales del sistema acuífero de la Cuenca de México están definidas por las divisorias del agua subterránea en las montañas, cerca del parteaguas superficial, sin coincidir con él necesariamente; estas divisorias subterráneas representan una frontera de no-flujo de agua a través de ellas. La frontera superficial corresponde a la configuración del nivel freático que se extiende desde la divisoria en las montañas hasta la planicie lacustre; la distribución de la carga hidráulica define el valor para esta frontera; de igual manera la distribución del nivel piezométrico para las condiciones modeladas define las condiciones iniciales del sistema que deben tomarse en cuenta en futuros modelos antes de los efectos por la explotación de los acuíferos. La frontera inferior del sistema corresponde a la profundidad del sistema de flujo que, en el caso de la Cuenca de México, puede considerarse como el nivel del mar; los datos hidráulicos existentes por debajo de este nivel son escasos (Schlaepfer, 1968).

Considerando el esquema que aquí se presenta, los depósitos lacustres bajo condi-

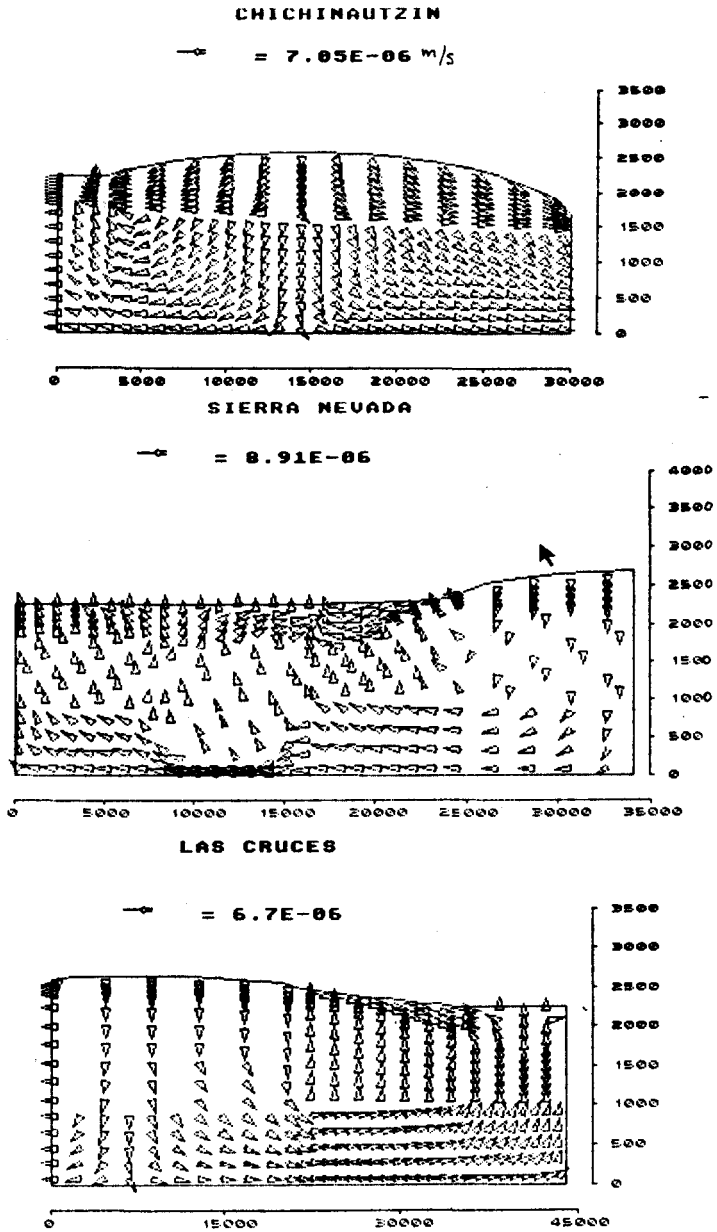


Fig. 5. Distribución del campo de velocidades en las regiones de flujo. Localización de las divisorias de agua subterránea y configuración del nivel piezométrico.

ciones naturales representaban una zona de descarga del sistema acuífero; actualmente y debido a la intensa explotación de los acuíferos, las arcillas representan una zona de recarga, como puede observarse en la componente de los gradientes en los piezómetros instalados en materiales lacustres por la Comisión de Aguas del Valle de México.

### CONCLUSIONES

- 1) Los resultados del modelo son compatibles con las manifestaciones de agua subterránea, observaciones e investigaciones hidrogeológicas realizadas en la Cuenca de México.
- 2) Las sierras que rodean la planicie lacustre de la Cuenca de México juegan un papel muy importante en los mecanismos de recarga del acuífero principal. El efecto de recarga regional y la localización de las condiciones de frontera no se habían considerado en evaluaciones anteriores de los recursos de agua subterránea;
- 3) La divisoria de agua subterránea no coincide con los parteaguas superficiales en las montañas. Las divisorias subterráneas están desplazadas hacia los valles de mayor elevación que colindan con la Cuenca de México (figura 5); esto hace que el agua se distribuya de la siguiente manera: en la Sierra de Chichinautzin aproximadamente un 40% circula hacia la Cuenca de México y un 60% hacia el Valle de Cuautla - Cuernavaca; en la Sierra de Las Cruces el 70% circula hacia la Cuenca de México y un 30% hacia el Valle de Toluca; para la Sierra Nevada el 50% se distribuye hacia la Cuenca de México y el otro 50% hacia el Valle de Puebla.
- 4) Los resultados muestran claramente las condiciones de frontera que deben ser consideradas para un modelado más realista de la respuesta del acuífero de la Ciudad de México al bombeo prolongado. Los resultados también proveen las condiciones iniciales del sistema, que son de fundamental importancia para futuros modelos de predicción.

### BIBLIOGRAFIA

CRUICKSHANK, C., M. SHIDAWARA y M. ROSENGAUS, 1982. Modelo tridimensional de contaminación de acuíferos en el Valle de México. Instituto de Ingeniería, UNAM. Elaborado para el Departamento del Distrito Federal.

- Departamento del Distrito Federal, 1986. Actividades geohidrológicas en el Valle de México. Dirección General de Operación y Construcción Hidráulica, Vols. I, II y III, elaborado por Lesser y Asociados, S. A.
- DURAZO, L. J. and R. N. FARVOLDEN, 1988. Groundwater conditions in the Valley of Mexico from surface manifestations and the hystorical records. Accepted for publication by the Journal of Hydrology.
- FREEZE, R. A. and A. J. CHERRY, 1979. Groundwater. Prentice Hall, Inc.
- FRIES, C. Jr., 1960. Geología del Estado de Morelos y de partes adyacentes de México y Guerrero, región central y meridional de México. *Inst. Geol., UNAM, Bol.* 60, 236 pp.
- FRIND, E. O. and G. B. MATANGA, 1985. The dual formulation of flow for contaminant transport modeling. 1. Theory. *Water Resources Res.*, 21, 2, 159-169.
- HERRERA, I., R. YATES y J. P. HENNART, 1982. Estudio del hundimiento y balance de los acuíferos subterráneos de la Ciudad de México. Instituto de Investigación de Matemáticas Aplicadas y Sistemas. UNAM.
- HERRERA R., I., R. MARTINEZ y G. HERNANDEZ, 1989. Contribución para la Administración Científica del Agua Subterránea en la cuenca de México, Instituto de Geofísica, UNAM. En este mismo número de *Geofísica Internacional*.
- McLAREN, R. G., 1988. A 2-D steady-state flow in cross section. Waterloo Centre for Groundwater Research. University of Waterloo.
- MOOSER, F., 1961. Informe sobre la Geología de la Cuenca de México, Mex. Secretaría de Recursos Hidráulicos, C.H.C.V.M., 99 pp.
- MOOSER, F., 1962. Bosquejo geológico del extremo sur de la Cuenca de México. XX Cong. Geol. Internal., México, libretto guía, exc. C-9, 9-16.
- ORTEGA, G., A. and R. N. FARVOLDEN, 1988. Computational analysis of regional groundwater flow and boundary conditions in the Basin of Mexico. Accepted for publication in the Journal of Hydrology.
- RUIZ, V. M., E. VAZQUEZ y R. JAIMES, 1989. El modelo geológico de la Cuenca de México. Instituto de Geofísica, UNAM. En este mismo número de *Geofísica Internacional*.
- SCHLAEPFER, C. J., 1968. Hoja México 14Q-h(5), con resumen de la geología de la hoja México, Distrito Federal y estados de México y Morelos. Instituto de Geología, UNAM, Serie 1:100 000, mapa con texto al reverso.