

Geof. Int. Vol. 19-2, 1980, pp. 145-166

**ESTIMACION ESPECTRAL DE ONDAS OCEANICAS
POR MAXIMA ENTROPIA**

H. G. PEÑA*

R. O. PLAISTED*

F. J. OCAMPO T.*

C. NAVA B.*

(Recibido 10 de junio, 1980)

RESUMEN

Se realiza un estudio estadístico de cuatro criterios para determinar el orden de un modelo autorregresivo (AR) a ser ajustado a datos de olas oceánicas. Los criterios son:

- a) mínimo del Error Final de la Predicción (FPE),
- b) mínimo de la Función de Transferencia Autorregresiva (CAT),
- c) cambios de Pendiente de la función FPE, y
- d) Autocorrelaciones Parciales (PA).

Se estiman espectros por MAXIMA ENTROPIA (MEM) para distintos órdenes del proceso y para dos conjuntos de 10 series de datos temporalmente consecutivas, extraídas de un total de 220 series de 17 minutos de duración cada una.

Se encuentra que la longitud óptima del filtro de predicción pertenece a ciertos rangos del orden del proceso, dependiendo de la "forma" del espectro. Dichos rangos son: orden del proceso entre 20 y 30 para señales que no contengan contribuciones de SWELL, y entre 35 y 45 para señales que sí contengan dichas perturbaciones. Se comparan las estimaciones de MEM con las convencionales obtenidas con la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Se calculan los momentos espectrales hasta el cuarto orden, encontrando que no varían significativamente con el orden del proceso AR elegido para ajustar los datos.

* *Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada. Departamento de Oceanografía.*

ABSTRACT

This paper discusses the statistics of four criteria to estimate the order of the autorregressive process (AR) used to fit ocean wave data. These criteria are:

- a) Final Prediction Error (FPE)
- b) Autorregressive Transfer Function (CAT)
- c) slope change of FPE function
- d) Partial Autocorrelation (PA)

The Maximum Entropy Method (MEM TECHNIQUE) is used to estimate the spectra of two sets of data: with and without swell energy contributions. Each time series is 17 minutes long. It was found that the optimum filter prediction length is between 20 and 30 for signals without swell energy contribution, and between 35 and 45 otherwise.

MEM estimates are compared with conventional ones (smoothed periodogram). From MEM spectra estimates of different AR process order, the spectral moments are computed up to order four and no significant differences are found.

I. INTRODUCTION

Es un hecho conocido que no existe técnica adecuada para estimar un espectro, si no se posee un conocimiento *a priori* del tipo de proceso que ha generado los datos. En general, los registros de olas han sido, hasta el presente, procesados con los métodos clásicos del Periodograma (Jones, 1965) y de la Autocorrelación (Blackman and Tukey, 1958). Estos métodos convencionales, además de realizar una extensión irreal de los datos, asumen implícitamente modelos MA (all-zero process (Box and Jenkins, 1976)).

El propósito de este trabajo es investigar los espectros de olas oceánicas desde el punto de vista de modelos AR (All-pole process (Box and Jenkins, 1976)). El ajuste de los datos a un modelo autorregresivo (AR) por cuadrados mínimos es equivalente (Van Den Bos, 1971) a maximizar el contenido entrópico de los mismos, produciendo estimaciones espectrales de Máxima Entropía (Burg, 1976).

La dificultad en la elección de ciertos parámetros para obtener una estimación espectral aceptable (Gutowski *et al.*, 1978), es un hecho común a todas las técnicas de análisis espectral. En particular el método de Máxima Entropía (MEM) requiere la determinación del orden del proceso autorregresivo (o equivalentemente: la longitud del Filtro de Predicción) a ser ajustado a los datos.

Este trabajo investiga estadísticamente la aplicación de varios criterios para la determinación óptima del orden del modelo para ser ajustado a registro de olas oceánicas.

Una vez conocido el orden del modelo, es inmediata la estimación del espectro de energía de Máxima Entropía, mediante la aplicación de la Transformada de Fourier de los coeficientes del Filtro de Predicción.

Aunque no es la intención de este trabajo describir el MEM, podemos mencionar que su principal ventaja reside en su gran poder resolutivo y su eficiente aplicación a series de tiempo muy cortas, en las cuales las duraciones son del mismo orden que el mayor período presente en los datos. Para una adecuada descripción del MEM y una completa lista de referencias, el lector puede remitirse a Ulrich and Bishop, 1975.

La sección II de este trabajo presenta una breve descripción de los criterios para determinar el orden del modelo AR. La sección III trata de la estadística efectuada sobre el orden del modelo determinado por los criterios antes citados y la sección IV presenta las estimaciones espectrales de Máxima Entropía de los datos de olas. En la sección V se calculan los MOMENTOS ESPECTRALES a partir de los cuales se obtiene información de la altura significativa, el periodo promedio, el ancho espectral, etcétera.

II. BREVE DESCRIPCION DE LOS CRITERIOS

Como se ha mencionado, la determinación del orden del proceso AR a ser ajustado a los datos, es el parámetro más importante para la estimación MEM.

Presentamos aquí cuatro criterios, los cuales serán utilizados en este trabajo:

a) Criterio de Akaike (Akaike, 1969).

Este criterio, el cual es llamado Error Final de la Predicción (FDP), elige aquel orden que minimiza el error de la predicción, cuando el error es considerado como la suma del error propio de la predicción y el error en la estimación de los coeficientes del filtro de predicción.

Esto conduce a minimizar la función:

$$FPE(M) = \frac{N + (M + 1)}{N - (M + 1)} \cdot P_M$$

Siendo P_M la potencia del error predicho con una longitud del filtro de predicción igual a M . La cantidad de datos es N . Entonces, el orden óptimo del modelo será aquel valor de M que minimiza dicha función.

b) Función de Transferencia Autorregresiva (E. Parsen, 1976) (CAT).

El orden óptimo del modelo es aquel para el cual la estimación de la diferencia del error cuadrático medio entre el filtro verdadero y el estimado es mínima.

Esto equivale a minimizar la función:

$$\text{CAT}(M) = \left\{ \sum_{k=1}^M \frac{(N-K)P_k}{N^2} \right\} - \left(\frac{N-M}{N} \right) P_M$$

El orden óptimo será aquel M que haga mínima a dicha función.

c) Cambio de Pendiente de la Función FPE.

Este criterio se basa en la misma función FPE(M) de a), pero en lugar de adoptar el mínimo, se elige como orden del modelo, aquel M para el cual existe un brusco cambio en la pendiente de dicha función. Se adopta este criterio debido a que la experiencia ha mostrado (Ulrich and Bishop, 1975) que existen ciertas funciones FPE(M) que no poseen un mínimo absoluto bien definido, sino que a partir de un cierto orden M, la curva muestra un valor casi constante y por lo tanto una pendiente nula.

d) Criterio de las Autocorrelaciones Parciales (Box and Jenkins, 1976).

Los coeficientes de autocorrelaciones parciales son los últimos coeficientes $\alpha_{K,K}$ del filtro de predicción, ajustados en cada estado, al ser sucesivamente estimados para órdenes crecientes del modelo AR.

La dispersión estándar de la estimación del coeficiente de autocorrelación parcial para un orden de modelo igual a M, es:

$$\sigma(\alpha_{K,K}) \approx 1/\sqrt{N} \quad , \quad K > M$$

Esto significa que, si el orden correcto de un proceso AR fuera M, las autocorrelaciones parciales $\alpha_{K,K}$ serán teóricamente nulas a partir del orden (M + 1). Por lo tanto, el orden óptimo del modelo será aquel a partir del cual las autocorrelaciones parciales caen dentro del intervalo $\pm \sigma$. Este criterio fue utilizado por Holm and Hovem (1976) para estimar espectros MEM.

III. ESTADÍSTICA DEL ORDEN DEL MODELO

a) Descripción y Reducción de los datos de olas

Los datos utilizados corresponden a un registro digital de olas obtenido con

un sensor de presión en una profundidad de 35 metros. El lugar es la Isla Guadalupe, en el Océano Pacífico, a unos 300 km de la costa del estado de Baja California, México. La duración del registro es de 2.6 días, muestreado en forma continua, con un intervalo de muestreo de 2 seg. Dicho registro fue dividido en segmentos de 17 minutos (512 muestras), lo que hace un total de 220 series. Cada una de ellas fue prefiltrada con el filtro de diferencias, a fin de reducir la influencia de las mareas, las que en este caso actúan modificando el nivel medio de cada serie. Las 220 series fueron numeradas en orden temporal, de 1 a 220. En lo sucesivo se referirá a ellas por su número de orden.

b) Resultados

Con el fin de clarificar la nomenclatura para el orden óptimo del modelo en los distintos criterios investigados, se adoptaron los siguientes símbolos:

M_0 : para el mínimo absoluto de FPE

M_1 : para el Cambio de Pendiente del FPE

$M(\text{CAT})$: para el Mínimo Absoluto del CAT

$M(\text{PA})$: para el Criterio de Autocorrelaciones Parciales.

La Fig. 1 muestra $M(\text{CAT})$ Vs. M_0 . Excepto por unos pocos puntos (8 del total), ambos criterios se muestran equivalentes.

Cuando es $M_0 = M(\text{CAT})$, se satisface $M_0 > M(\text{CAT})$. Con la intención de encontrar alguna posible relación entre M_0 y la varianza (energía) de cada serie, se trazó la Fig. 2. No existe ninguna relación aparente. Nótese que para las varianzas mayores que 450 cm^2 , el M_0 no supera el valor 40 (diagramas similares de otros registros han mostrado esta misma característica).

El histograma de los valores M_0 (Fig. 3), muestran dos máximos, uno entre 20 y 30 y el otro entre 35 y 45, la razón de este comportamiento se explica en la sección IV.

La secuencia temporal de los valores de M_0 (Fig. 4), muestra el carácter aleatorio de los mismos, indicando que no existe ninguna correlación entre $M_0(T)$ y $M_0(T + 1)$.

Este hecho pone de manifiesto lo peligroso que sería adoptar estos criterios, de-

bido a que dos series consecutivas, con la misma varianza y prácticamente la misma distribución de energías, podrían tener muy diferentes valores de M_0 , lo cual daría lugar a espectros muy distintos. Sin embargo, existen tres niveles medios (Fig. 4) suficientemente distinguibles. La tabla I resume las características de estos valores medios.

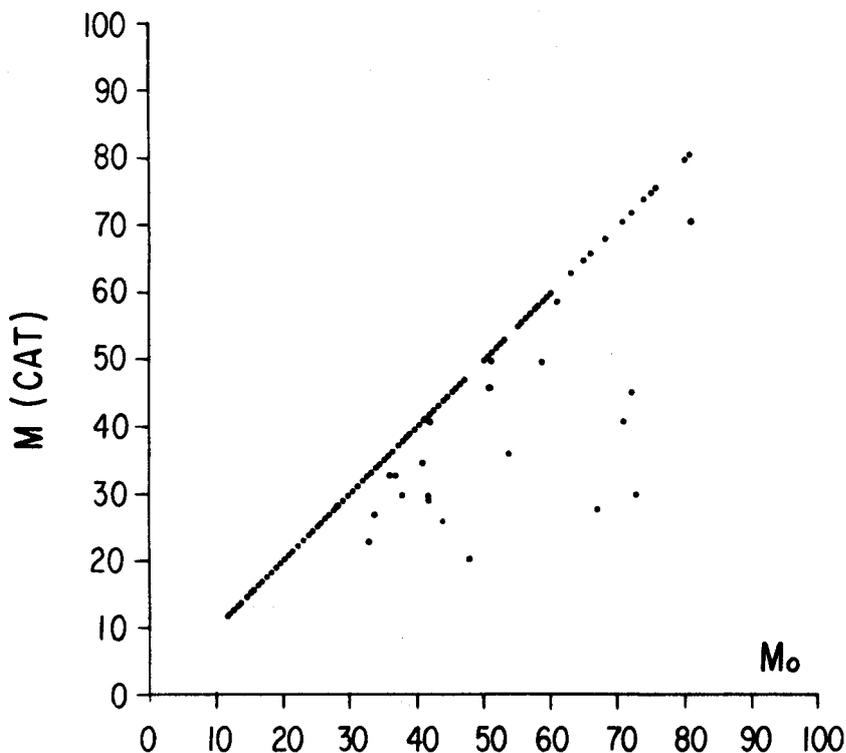


Fig. 1. Correlación entre los criterios FPE y CAT.

Tabla I

Nivel	Nos. Serie	$\langle M_0 \rangle$	$\sigma(M_0)$
A	1 a 70	22	9
B	71 a 130	42	13
C	131 a 220	32	10

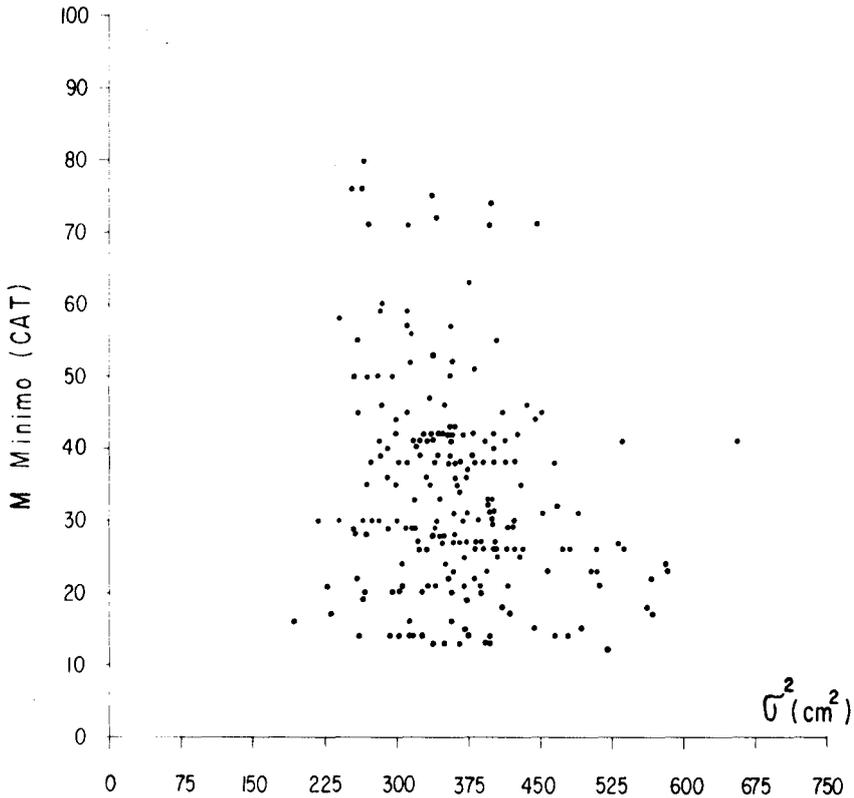


Fig. 2. Correlación entre el criterio CAT y la energía de la señal.

Como se verá en la sección IV, estos distintos valores medios están relacionados con la "forma" de los espectros, es decir, con su distribución energética en frecuencia. En otras palabras, los $\langle M_O \rangle$ dependen de la existencia de 1, 2 o más picos y no dependen del contenido energético total presente en los datos.

La tendencia del histograma de la Fig. 3 a ser de carácter bimodal, también está relacionada con el hecho mencionado.

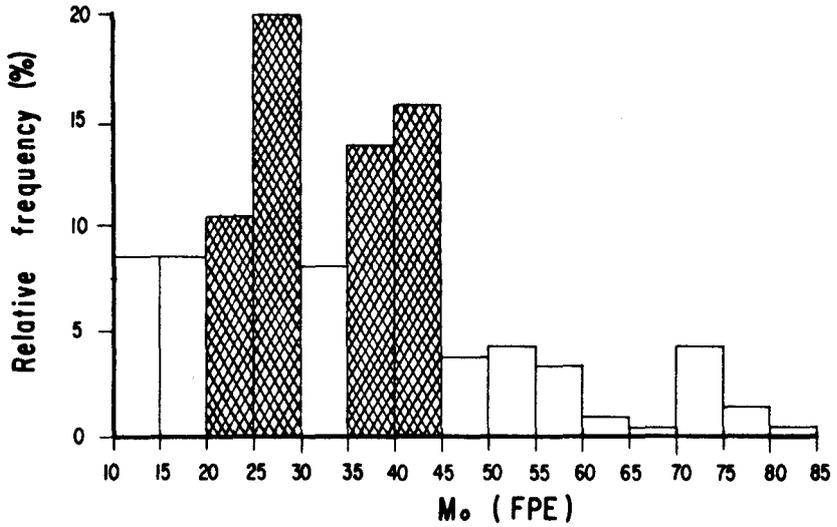


Fig. 3 . Histograma de los valores de FPE(M)

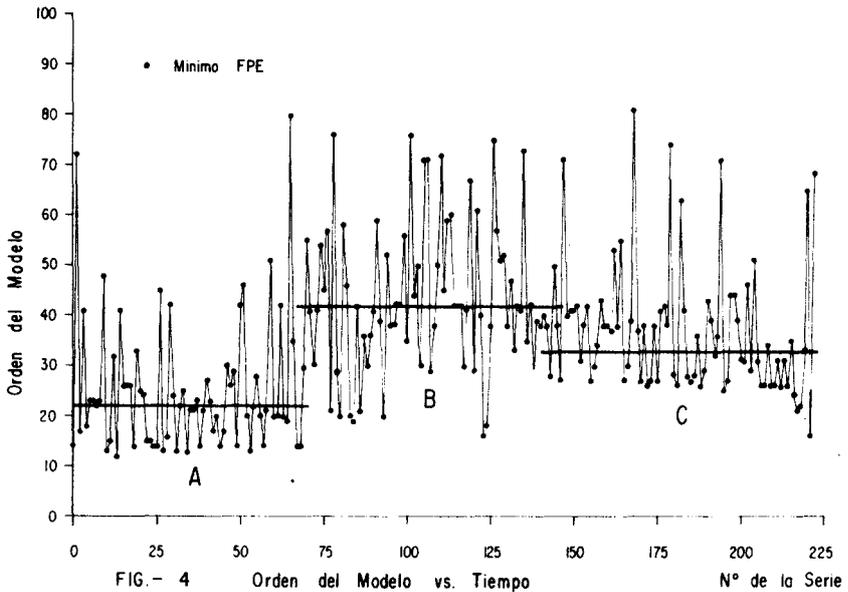


Fig. 4 . Secuencia temporal de los valores FPE(M)

El criterio del cambio de pendiente de la función FPE(M), estima valores muy bajos del orden del modelo. Estos valores están comprendidos en el rango $10 < M_1 < 20$ y por lo tanto se muestran muy estables, a expensas de una gran disminución de la resolución espectral.

Como se muestra en la sección siguiente, la estimación espectral, con estos valores del orden del modelo se subestiman rasgos importantes del espectro.

Para cada serie, se realizó el cálculo de los coeficientes de las autocorrelaciones parciales con un corte en $M(\text{PA}) = 51$. Dichos coeficientes fueron comparados con el nivel $(2/\sqrt{N})$ para determinar el orden del modelo.

Ninguna serie fue prefiltrada con el propósito de disminuir el orden del proceso (Holm and Hovem, 1979), para no reducir la cantidad de los datos originales.

En el histograma de los valores de $M(\text{PA})$ (Fig. 5), se observan también dos máximos en los mismos rangos de M , como en el histograma de M_0 , es decir: entre (20-30) y (35-45).

La Fig. 6 muestra la relación entre los criterios CAT y PA (coeficientes de correlación: $r = 0.6$).

Aunque los criterios presentados aquí (excepto el del cambio de pendiente de la FPE) muestran cierto grado de equivalencia, por regla general, su uso directo y automático para la estimación espectral no es aconsejable: se observa que dadas dos series consecutivas en el tiempo, no existe ninguna relación entre sus correspondientes órdenes del modelo. Ello indica que dichos criterios son muy sensibles a los datos mismos, independientemente de su contenido energético. Cabe señalar aquí que aunque los datos provinieron de varias realizaciones de un mismo proceso AR puro de orden M , la estimación de dicho orden por intermedio de estos criterios para cada una de estas realizaciones tendría un carácter aleatorio, con valores de M distribuidos en un entorno del orden correcto del proceso (Ulrych and Bishop, 1975). Por lo tanto, más que para determinar valores óptimos individuales del orden de un proceso, estos criterios son útiles para fijar *rangos promedios*, dentro de los cuales la estimación espectral posee características aceptables.

IV. ESTIMACIONES ESPECTRALES

A fin de conocer los rasgos espectrales más sobresalientes de los datos analizados en este trabajo y poder compararlos con las correspondientes estimaciones MEM, se realizó un procesamiento por medio de la TRANSFORMADA RAPIDA DE

FOURIER (FFT) (Plaisted). La reducción de los datos para este caso fue la siguiente: se tomaron series de 6 horas de duración, desplazadas dos horas entre ellas. Estas series fueron subdivididas en 84 subseries de 256 muestras cada una (8.5 minutos) superpuestas por mitades. Los 84 espectros resultantes se promediaron, obteniéndose una estimación final con una resolución de 2 mHz y 117 grados de libertad. De esta forma, los espectros poseen un alto grado de estabilidad estadística (dispersión estándar relativa $E_r \sim 13\%$). La Fig. 7 muestra la sucesión temporal de dichos espectros. Con el desplazamiento de 2 horas entre cada espectro, se logra una muy buena continuidad en los rasgos espectrales más destacados.

De esta forma se nota muy bien el nacimiento, crecimiento y desplazamiento en frecuencia de un pico de baja frecuencia (período 22 seg.), que corresponde al mar de fondo (SWELL). La pendiente de la recta que une los picos es inversamente proporcional a la distancia donde se han generado estas señales (Munk *et al.*, 1963). Estos espectros han sido corregidos por el filtrado hidráulico y por el filtro diferencias en el rango 30-155 mHz. Sobre las estimaciones MEM presentadas luego, no se realizaron estas correcciones.

Nótese que los primeros espectros carecen del pico de baja frecuencia: en esos momentos, dichas señales no han hecho su arribo al sensor de presión. En todos ellos existe un pico ancho más energético, correspondiente a las olas generadas localmente.

Para obtener las estimaciones MEM de los mismos datos, se eligieron dos sucesiones de 10 series cada una (cada serie es de 17 minutos de duración).

Serie A: Nos. 10- 19

Serie B: Nos. 102-111

La diferencia fundamental entre ellas es que la primera no contiene el pico de baja frecuencia (ver Fig. 7).

Para mostrar lo peligroso que resulta tomar como orden del modelo, aquél dado individualmente por los criterios estudiados en la sección anterior, se trazó la Fig. 8. En ella se observa la sucesión temporal de estimaciones MEM (Serie B), cada una obtenida con su respectivo valor del orden dado por el criterio FPE (mínimo absoluto). Nótese el carácter variable de estos espectros cuando se toman dos consecutivos en el tiempo, como una consecuencia inmediata de la aleatoriedad del orden del modelo. Por ejemplo, el espectro de la serie No. 105, estimado con el orden $M_p = 30$ posee poca resolución y por lo tanto el pico de baja frecuencia ($f = 43$ mHz) queda subestimado. Inversamente, el espectro de la serie No. 106 estima ade-

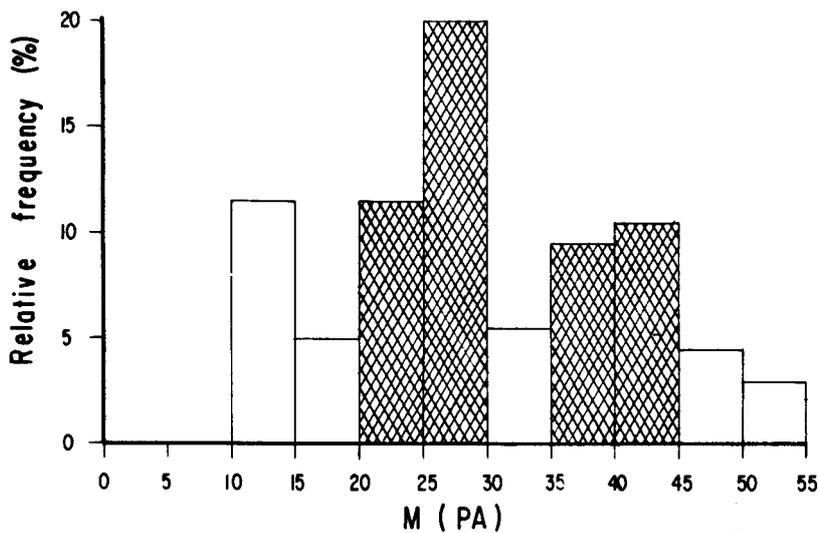


FIG.- 5 Histograma de los valores M (PA)

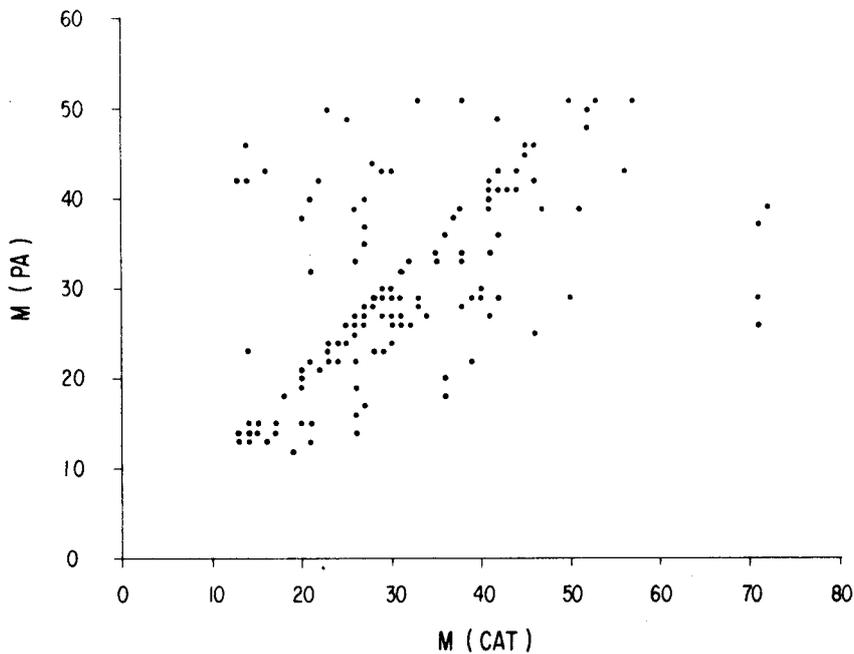


Fig. 6 . Correlación entre los criterios CAT y PA.

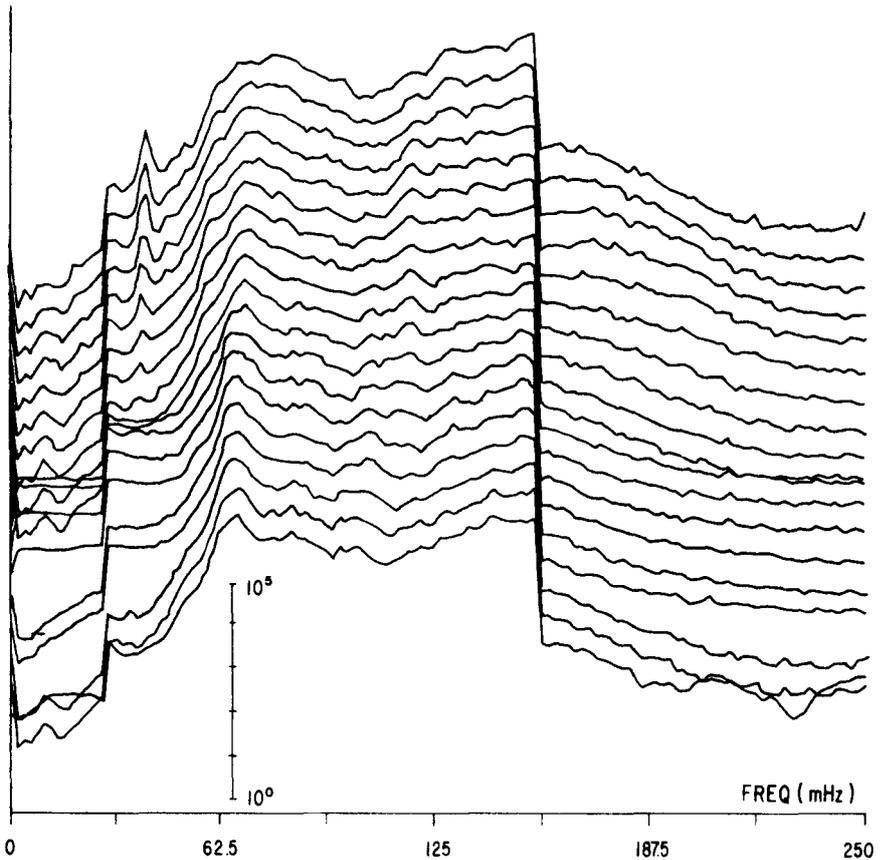


FIG. 7 Estimaciones espectrales via FFT

cuadramente dicho pico, pero a costa de una indeseable variabilidad estadística en el resto del espectro, a consecuencia de un orden ($M_0 = 71$) demasiado alto.

Existen dos hechos altamente importantes y significativos que nos permitirán determinar el orden del modelo dentro de ciertos rangos característicos:

- 1) Si observamos los histogramas ya presentados, vemos que poseen una característica común: sus máximos corresponden a los rangos: 20-30 y 35-45.
- 2) La presencia de tres niveles medios distintos (Fig. 4 y Tabla I).

Estos hechos nos permiten proponer las siguientes hipótesis:

- (a) Ante la ausencia del pico de baja frecuencia, sólo es necesario un valor relativamente bajo como orden del modelo ($M \sim 22$).
- (b) A medida que el pico de baja frecuencia comienza a “aparecer” y durante su fase de “crecimiento” energético, se hace necesario estimar el espectro con un orden mayor, ya que ésta es la manera de lograr mejor resolución, necesaria para poner en evidencia a dicha señal ($M \sim 42$).
- (c) Una vez que el pico ha alcanzado un nivel energético adecuado, su estimación puede ser lograda con un orden de modelo inferior al del estado espectral anterior ($M \sim 32$).

Para verificar estos hechos, las Figs. 9 y 10 muestran la sucesión temporal de las estimaciones espectrales MEM de la Serie A, todas ellas obtenidas con una longitud del Filtro de Predicción igual a 20 y 35, respectivamente.

El carácter más inestable de los espectros con $M = 35$, indica que la mejor estimación se logra con $M = 20$. Esto corrobora lo dicho en (a).

Las estimaciones espectrales para la serie B (contiene la señal de baja frecuencia), se muestran en la Fig. 11 ($M = 20$) y Fig. 12 ($M = 40$). Claramente, el pico de baja frecuencia se estima en forma adecuada con $M = 40$. En cambio con $M = 20$ (Fig. 11), no podría decidirse entre un pico proveniente de una señal físicamente real, o un pico producido por la inestabilidad estadística, o un ruido de baja frecuencia.

La Fig. 13 muestra la sucesión temporal de espectros MEM para la serie No.107, para diferentes órdenes del proceso. Para esta serie, el orden dado por los criterios FPE y CAT fue $M = 71$. Vemos que debido a la presencia del pico de baja frecuencia, órdenes del modelo de 10, 15, 20, 25, resultan en una subestimación del mismo. En cambio para $M = 35$ la estimación, como una relación de compromiso entre resolución y estabilidad, parece adecuada. Para $M = 71$ la inestabilidad estadística del espectro es apreciable como para invalidar esta estimación.

Esta discusión nos sugiere entonces, como regla adecuada a seguir, la estimación espectral MEM con órdenes de modelo autorregresivo en los rangos 20-30 y 35-45. En los casos en que persiste algún tipo de duda, será necesario realizar estimaciones con valores fuera de estos rangos. Comparando los espectros MEM (con órdenes del modelo dentro de los rangos mencionados) con los espectros FFT (Fig. 7), vemos que, en general, ambas estimaciones son equivalentes, a pesar de la notable diferencia entre las duraciones de las series (6 horas para la FFT y 17 minutos para el MEM).

Es importante señalar que los rangos mencionados serán utilizables en los casos en que se desea estimar el espectro en su totalidad. Si se desea obtener la estimación de un rasgo particular del espectro (por ejemplo, el pico de baja frecuencia), lo aconsejable es realizar un filtrado previo que nos permita trabajar con la señal de interés. Obviamente, el orden del proceso AR a ser ajustado a los nuevos datos será distinto que si tomáramos la señal sin filtrar. De esta manera también se podría mejorar la resolución espectral y por lo tanto obtener mejor información de la señal de interés.

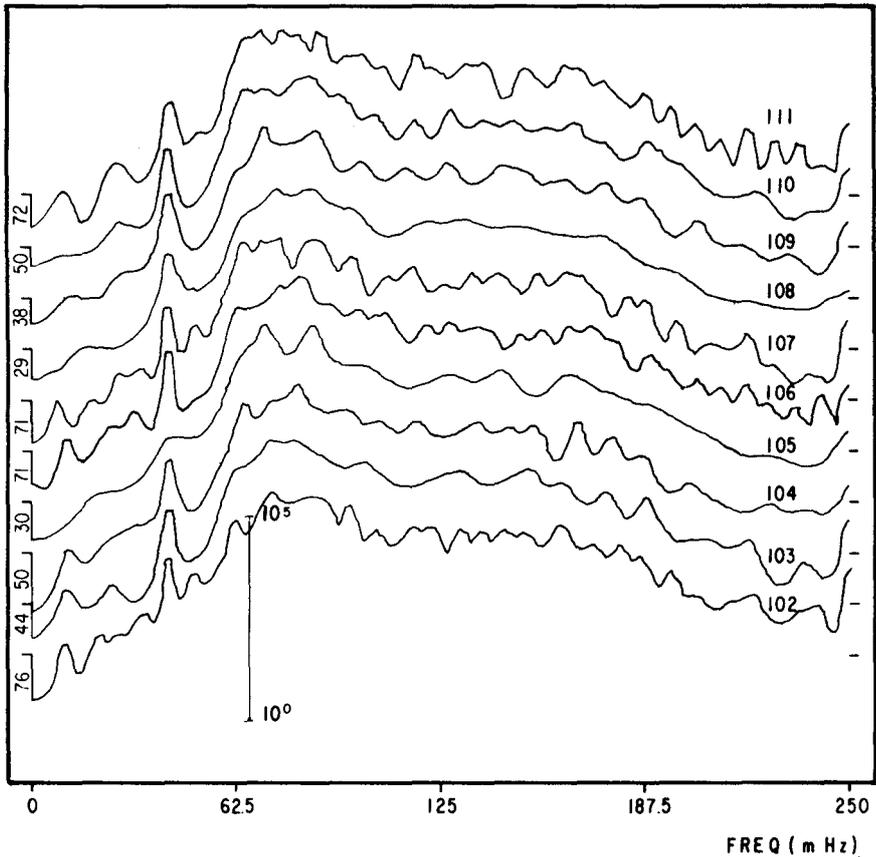


Fig. 8 . Espectros de Máxima Entropía con sus respectivos M.

La serie de datos usados en este trabajo es un típico ejemplo de carácter no-estacionario, debido al corrimiento en frecuencia que presenta el pico de baja frecuencia (Fig. 7). En estos casos, la aplicación de técnicas espectrales convencionales como la FFT, las cuales necesitan de series temporales de duración relativamente

grande, está en contradicción con la principal hipótesis de estacionaridad. La violación de esta hipótesis conduce al resultado de que el pico de baja frecuencia, estimado por la FFT, posee un ancho mayor al real debido al promedio que se efectúa de los espectros individuales y por lo tanto conduce a una disminución de la resolución. Hemos visto que las estimaciones MEM logran espectros equivalentes a los FFT en cuanto a sus rasgos más sobresalientes. La ventaja del MEM en este caso reside en que se han utilizado series individuales de solamente 17 minutos, en comparación a la duración de 6 horas para las estimaciones FFT y, por lo tanto posee un carácter prácticamente estacionario.

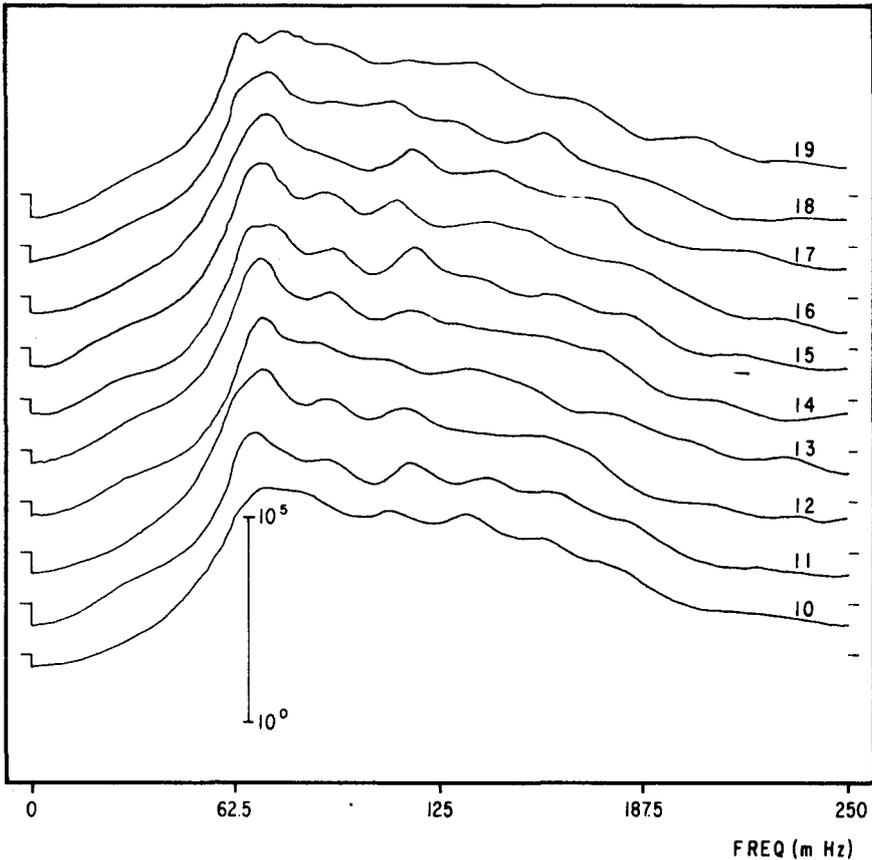


Fig. 9. Espectros de Máxima Entropía con $M=20$ (serie A).

Cabe mencionar aquí que existe un algoritmo de máxima entropía (Griffiths, 1975), que permite, una vez determinado el orden del proceso, estimar los coeficientes instantáneos del filtro de predicción, con los cuales se obtienen espectros MEM de series temporales no estacionarias en la frecuencia.

V. MOMENTOS ESPECTRALES

A fin de observar la influencia del orden del modelo sobre los momentos espectrales, los cuales permiten el cálculo de varios parámetros de interés (altura significativa, período medio, ancho espectral, etcétera), se presenta la Tabla II. Los momentos se calcularon a partir de su definición:

$$m_s = \int_0^{F_N} f^s P(f) df$$

donde s es un entero positivo, $\rho(f)$ es la densidad de energía y F_N es la frecuencia de Nyquist ($1/2A$).

La Tabla II muestra los resultados obtenidos para las series Nos. 13 y 107, elegidas arbitrariamente. Con las series restantes se obtienen resultados cualitativamente similares. La última fila de la tabla corresponde a los valores del ancho espectral, definido como:

$$\epsilon = \left(1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{1/2}$$

Se observa que prácticamente los momentos espectrales son insensibles al orden del modelo AR ajustado a los datos. Resultados similares fueron logrados por Holm and Hovem (1979). Es decir, que los momentos son independientes del grado de resolución y estabilidad estadística del espectro.

Este resultado indica que, a fin de estimar los parámetros que dependen de m_0 , m_1 , m_2 , m_4 , la elección de un orden óptimo del modelo no es crítica, sino que la adopción de un valor razonable de M es suficientemente adecuada.

Tabla II (*)

	Orden del Modelo						$m_0(\text{FPE})$ 32-71
	10	15	20	25	30	35	
m_0	474.05	474.21	473.81	474.28	473.88	473.85	474.22
(cm^2)	270.17	270.12	270.11	270.18	270.09	270.05	270.02
m_1	41.44	41.44	41.42	41.45	41.42	41.42	41.45
(cm^2/s)	25.54	25.54	25.55	25.56	25.56	25.55	25.56
m_2	3.875	3.875	3.874	3.876	3.874	3.874	3.875
(cm^2/s^2)	2.685	2.686	2.687	2.690	2.690	2.690	2.691
m_4	0.04371	0.04373	0.04371	0.04372	0.04371	0.04370	0.04372
(cm^2/s^4)	0.0417	0.0419	0.0419	0.0421	0.0421	0.0421	0.422
ϵ	0.524	0.525	0.524	0.524	0.524	0.524	0.524
	0.600	0.601	0.602	0.603	0.603	0.603	0.603

* Los primeros valores corresponden a la serie No. 13 y los segundos a la No. 107.

VI. CONCLUSIONES

Las conclusiones obtenidas en el presente trabajo pueden resumirse en:

- Los criterios FPE, CAT y PA son prácticamente equivalentes para series temporales de olas.
- El carácter aleatorio del orden del proceso determinado por cualquiera de los tres criterios citados, ofrece el peligro de realizar sub o sobreestimación de dicho orden.

- c) Los tres criterios coinciden en la determinación de rangos de M , dentro de los cuales la estimación espectral es la más adecuada, tomando en cuenta la relación de compromiso existente entre una buena resolución y una buena estabilidad estadística.

Para los datos utilizados, estos rangos son: 20-30 para señales que provengan de la generación local de olas y 34-45 para señales que, además de aquellas, posean contribuciones de ondas de mayor período (SWELL). En general, la amplitud de estos rangos depende de la energía relativa entre ambos tipos de contribuciones.

- d) Aunque no se realizaron cálculos exactos del tiempo de CPU, en todos los casos la estimación MEM no consume más tiempo que la estimación vía FFT.

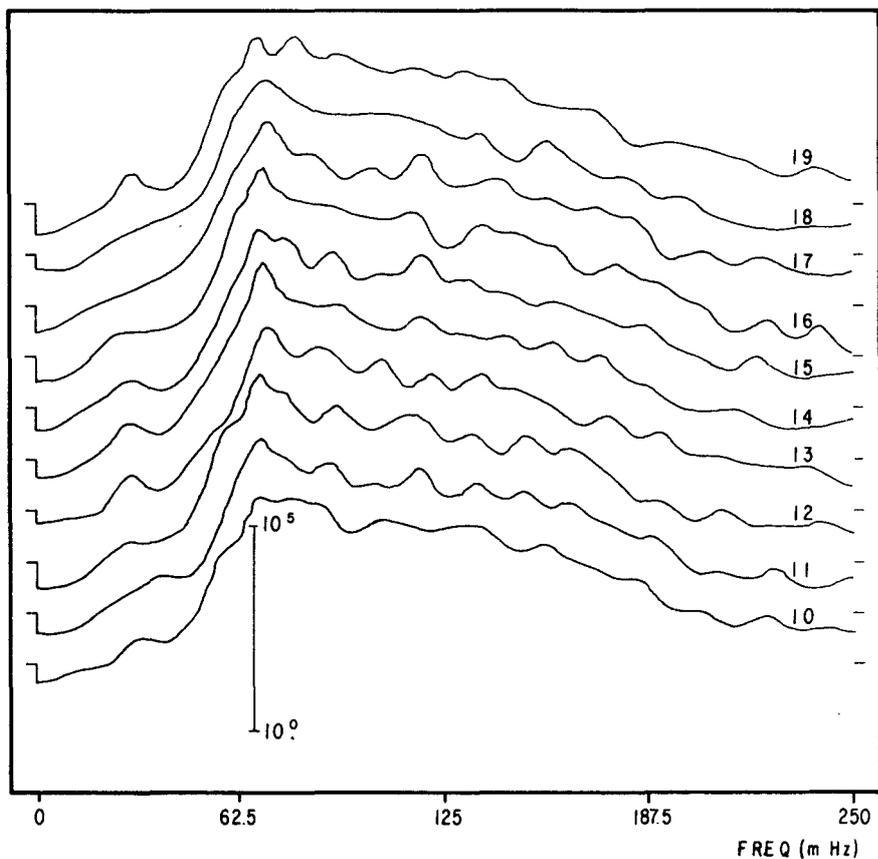


Fig. 10. Espectros de Máxima Entropía con $M = 35$ (serie A).

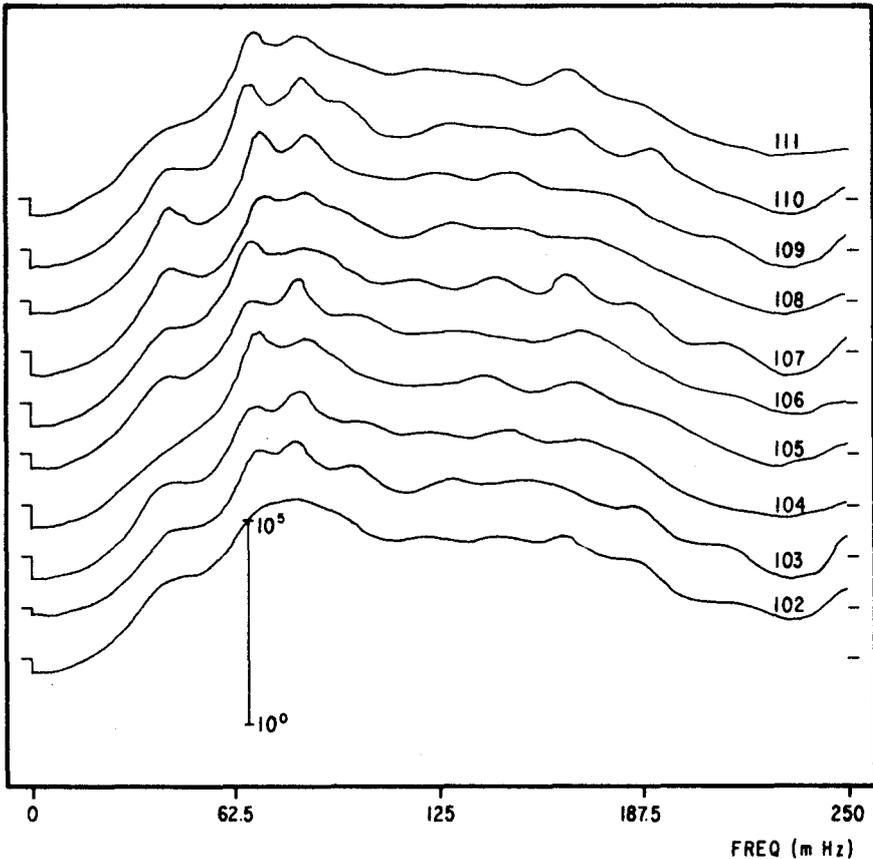


Fig. 11. Espectros de Máxima Entropía con $M=20$ (serie B).

- e) La estimación por Máxima Entropía ofrece la misma calidad de espectros que la estimación vía FFT, pero con la ventaja de trabajar con series mucho más cortas y por lo tanto prácticamente estacionarias. Ante este hecho, es obvio que trabajar con el MEM ofrece la ventaja de disminuir considerablemente los costos operacionales y de procesamiento de la información, así como también el mantenimiento y riesgo del instrumental situado en el mar.
- f) Los momentos espectrales de una serie dada son prácticamente independientes del orden del modelo. Por lo tanto, el cálculo de los parámetros que dependen de dichos momentos puede realizarse con cualquier razonable longitud del Filtro de Predicción. Esto permite una evaluación rápida de la información para los fines requeridos por la Ingeniería de Costas.

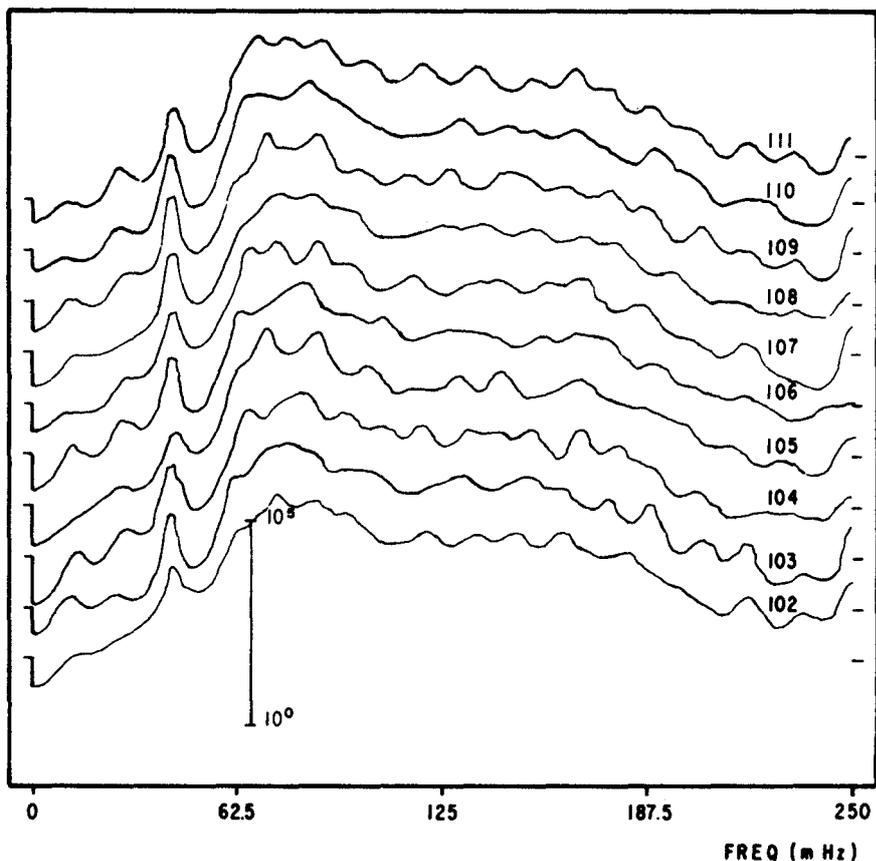


Fig. 12. Espectro de Máxima Entropía con $M=40$ (serie B).

Actualmente se está llevando a cabo un estudio análogo al presentado, a fin de conocer hasta qué duración podemos *reducir* las series, sin perder información. Al mismo tiempo se incluyen otras series de datos de olas, distintas a las aquí presentadas.

Como comentario final, se sugiere que este tipo de análisis sea efectuado sobre registros de olas, obtenidos en otros lugares del mundo y con distintas técnicas de observación, para dar a esta metodología un carácter general.

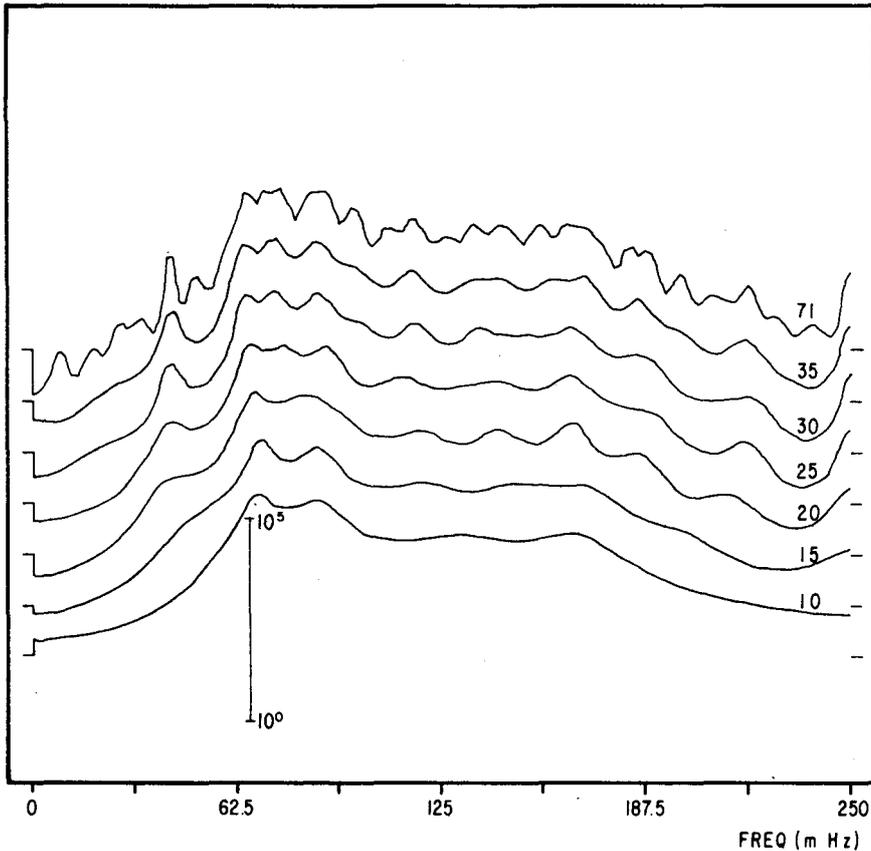


Fig. 13. Espectro de Máxima Entropía para distintos órdenes (serie No. 107).

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. John Taylor (Marine Environment Data Service, Ottawa, Canada) por enviarnos el programa del Método de Máxima Entropía.

BIBLIOGRAFIA

- AKAIKE, H., 1969. Power Spectrum Estimation through Autorregressive Model Fitting, *Ann. Inst. Statist. Math. Vol. 21*, pp. 407-419.
- BLACKMAN, R. B. and J. W. TUKEY, 1958. The measurement of the Power Spec-

- tra from the Point of View of Communication Engineering, New York, Dover Publications.
- BOX, G. E. P. and G. M. JENKINS, 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control, San Francisco, CA, Holden Day.
- BURG, J. P., 1967. Maximum Entropy Spectral Analysis, paper presented at the 37th Meeting Soc. Explor. Geophys., Oklahoma City, Okla.
- GRIFFITHS, L. J., 1975. Rapid Measurement of Digital Instantaneous Frequency, *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Process.*, Vol. ASSP-23, No. 2, pp. 207-222.
- GUTOWSKI, P. R. *et al.*, 1978. Spectral Estimation: Fact or Fiction, *IEEE Trans. Geosc. Electr.*, Vol. GE-16, No. 2.
- HOLM, S. and J. M. HOVEM, 1979. Estimation of Solar Ocean Wave Spectra by the Maximum Entropy Method, *IEEE Journal Oce. Eng.*, Vol. OE-4, No. 3, pp. 76-83.
- JONES, R. H., 1965. A Reappraisal of the Periodogram in Spectral Analysis, *Tectonometrics*, Vol. 7, pp. 531-542.
- MUNK, W. H. *et al.*, 1963. Directional Recording of Swell from Distant Storms, *Phil. Trans. Royal Society*, London, Vol. 255A, pp. 505-589.
- PARZEN, E., 1976. An Approach to Time Series Modelling and Forecasting Illustrated by Hourly Electricity Demands, Statistical Science Division, State Univ. New York at Buffalo, Tech. Rep. 37.
- PLAISTED, R. Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada, B. C. (*No publicado.*)
- ULRYCH, T. J., and T. N. BISHOP, 1975. Maximum Entropy Spectral Analysis and Autorregressive Decomposition, *Rev. Geophys. and Space Phys.*, Vol. 13, No. 1, pp. 183-200.
- VAN DEN BOS, A., 1971. Alternative Interpretation of Maximum Entropy Spectral Analysis. *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. II-17, pp. 493-494.