

# Propagación de pulsos transionosféricos de señales de satélites GPS

V. H. Ríos, J. F. Lagori, G. A. Mansilla, N. López Ferneti, A. Pérez Gómez y C. Medina.  
*Instituto de Física, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina.*

## RESUMEN

Es bien conocido que un perfil ionosférico determinístico y completamente estratificado puede distorsionar las señales GPS (Global Positioning System) poniendo límite a las mediciones geodésicas. En el estudio presente, nos referimos a la propagación de pulsos o de paquetes de ondas a través de un medio horizontalmente estratificado, como el plasma ionosférico. Aquí obtenemos las ecuaciones de trazado de rayos, calculamos el camino de grupo y el tiempo de retardo del pulso. Aplicamos en nuestros cálculos el modelo ionosférico Penn State MK3 despreciando los efectos de colisiones, la estratificación esférica y las irregularidades. El modelo escogido describe las partes de las capas ionosféricas en la región del máximo de la densidad electrónica, y mediante la integración numérica se determina el tiempo de retardo del pulso.

**PALABRAS CLAVE:** Propagación de pulsos, ionosfera, señales de satélites GPS.

## ABSTRACT

It is known that a completely smooth stratified and deterministic ionospheric profile distorts GPS (Global Positioning System) signals in a way which limits geodetic measurements. In the present study we are concerned with single path propagation pulses or wave packets through a smooth horizontally stratified ionospheric plasma. We review the derivation of the ray tracing equations and obtain the group path and the pulse delay time. We use the Penn State MK3 Ionospheric model, neglecting the effects of collisions, spherical stratification and irregularities. The selected model describes the steep part of the ionospheric layer or the region of the maximum electronic density. We obtain explicit expressions, in term of the profiles and numerical results for the pulse delay time.

**KEY WORDS:** Pulse propagation, ionosphere, GPS satellite signals.

## 1. INTRODUCCION

Este trabajo estudia la propagación de pulsos a través de un plasma estratificado horizontalmente. Es bien conocido que una ionosfera estratificada horizontalmente tal como el perfil de la densidad electrónica dada por el modelo Penn State Mark III (Simon and Lee, 1985) puede distorsionar las señales de los satélites del Sistema de Posicionamiento Global y limita la velocidad de información que puede transferir normalmente.

Consideramos que el plasma electrónico es la componente fundamental para la propagación en la banda L, y por ésto hemos despreciado las otras componentes iónicas.

En la sección 2 consideramos la propagación de un pulso a través de la ionosfera introduciendo los caminos de fase y grupo. Aquí se considera también la deformación que este medio produce sobre pulsos simples tales como rectangular y gaussiano.

En la sección 3 se aplican los resultados al caso plano considerando a la ionosfera estratificada horizontalmente, la cual es isotrópica ( $B_0 = 0$ ) y sin colisiones ( $v_{en} = 0$ ); así obtenemos los caminos de fase y grupo.

## 2. PROPAGACION DE UN PULSO EN LA IONOSFERA

En el espacio libre debajo de la ionosfera cualquier componente de la onda puede ser escrita como la integral sobre

las ondas del tipo

$$E = E_0 \exp(-i k (C_1 x + C_2 y + C_3 z) + i \omega t) \quad (1)$$

con normal de onda definida por sus cosenos directores

$$n = (C_1, C_2, C_3) \quad (2)$$

y

$$C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 = 1 \quad (3)$$

El espectro angular de onda es:

$$E(x, y, z, t) = \int_{C_1} \int_{C_2} T(C_1, C_2) \exp(i k (ct - C_1 x - C_2 y - C_3 z)) dC_1 dC_2 \quad (4)$$

donde  $T(C_1, C_2)$  caracteriza el haz de la antena transmisora y es una función que varía poco con  $C_1$  y  $C_2$  comparada con la función exponencial.

La emisión desde el transmisor es un pulso que consiste en frecuencias centradas de  $f_0$

$$E(x, y, z, t) = \int_k \int_{C_1} \int_{C_2} A(k, C_1, C_2, z) \exp(i k (ct - Pl)) dk dC_1 dC_2 \quad (5)$$

donde  $A(k, C_1, C_2, z)$  es una función de  $k$  con un máximo alrededor de  $k_0 = 2\pi f_0/c$ , siendo  $P_1$  el camino de fase definido por

$$P_1 = C_1 x + C_2 y + \int_z^0 C_3'(z) dz \quad (6)$$

donde  $C_3'$  está definida por (37).

Las mayores contribuciones al campo provienen de las regiones en el espacio  $(k, C_1, C_2)$  donde la fase es estacionaria con respecto a las variaciones de  $(k, C_1, C_2)$  alrededor de sus valores predominantes; ahora tendremos la condición

$$(k(c t - P_1)) = 0 \quad (7)$$

es decir

$$c t - P_2 = 0 \quad (8)$$

donde hemos introducido el camino de grupo

$$P_2 = (k P_1) / k = (f P_1) /$$

$$f = C_1 x + C_2 y + \int_0^z (k C_3'(z)) / k dz \quad (9)$$

Suponemos que la portadora es modulada en amplitud por un pulso  $1(t)$  de duración  $T$ , el cual es grande comparado con el período de la portadora, es decir  $T \gg f_0^{-1}$ . Por lo tanto la transformada de Fourier.

$$L(f) = \int 1(t) \exp(-2\pi i f t) dt \quad (10)$$

es significativamente diferente de cero solamente para frecuencias en el rango de  $|f| < T^{-1} \ll f_0$ . El campo eléctrico de la onda predominante en el pulso emitido por la antena transmisora es de la forma

$$E(t) = 1(t) \cos(\omega_0 t) = \text{Re} \left( \int L(f - f_0) \exp(2\pi i f t) df \right) \quad (11)$$

En este pulso cada frecuencia componente se propaga de acuerdo a (1) y la onda electromagnética total recibida estará dada por

$$E(t) = \text{Re} \left( \iiint L(f - f_0) B(f, C_1, C_2, z) \exp(2\pi i f(t - P/c)) df dC_1 dC_2 \right) \quad (12)$$

Aquí la forma del pulso está enteramente contenida en  $L(f)$  y además puede suponerse que  $B$  tiene una débil dependencia sobre  $f$ . Ya que  $L(f - f_0)$  es significativa solamente cuando  $f \approx f_0$ , es conveniente desarrollar la cantidad  $f P(f)$  alrededor de  $f_0$ , obteniéndose

$$f P(f) = f_0 P_1(f_0) + \phi P_2(f_0) + \phi^2 P_3(f_0)/2 + \phi^3 P_4(f_0)/6 \quad (13)$$

donde  $P_2$  está definida por (8) y

$$P_3 = P_2 / f \quad P_4 = P_2^2 / f^2 \quad \phi = f - f_0 \quad (14)$$

Introduciendo (15) y (16) en (14) obtenemos la expresión aproximada

$$E(x, y, z, t) = \text{Re} \left( \iiint B(f_0, C_1, C_2, z) \exp(2\pi i f_0(t - P(f_0)/c)) dC_1 dC_2 * \int L(\phi) \exp(2\pi i (\phi \tau - 1/2 \phi^2 P_3(f_0)/c - 1/6 \phi^3 P_4(f_0)/c)) d\phi \right) \quad (15)$$

donde  $\tau$  es el tiempo medido respecto al tiempo de arribo, es decir

$$\tau = t - P_2(f_0) / c \quad (16)$$

La primera línea en el lado derecho de la expresión (15) es la oscilación de la frecuencia predominante, mientras que la segunda línea es la envolvente que contiene la modulación. Por lo tanto el pulso recibido

$$1_r(\tau) = \int L(\phi) \text{ITF}(\phi) \exp(2\pi i \phi \tau) d\phi \quad (17)$$

es retardado en el tiempo  $P_2(f_0)/c$  y su forma es modificada por la función de Transferencia Ionosférica

$$\text{ITF}(\phi) = \exp(-\pi i/c (\phi^2 P_3(f_0) + \phi^3 P_4(f_0)/3)) \quad (18)$$

Suponiendo que  $\text{ITF}(\phi)$  tiene una transformada inversa de Fourier la cual se denomina función de peso:

$$\text{WF}(t) = \int \text{ITF}(\phi) \exp(2\pi i \phi t) d\phi \quad (19)$$

De acuerdo con el teorema de convolución escribimos para el pulso recibido (17) lo siguiente.

$$1_r(\tau) = \int 1(\tau - t) \text{WF}(t) dt \quad (20)$$

Ilustramos la distorsión en la forma del pulso recibido por el canal de propagación transionosférico considerando modelos de pulsos simples. Ellos son:

#### PULSO RECTANGULAR SIMPLE

$$1_R(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } |t| < T/2 \\ 0 & \text{otro lugar} \end{cases} \quad (21)$$

#### PULSO GAUSSIANO SIMPLE

$$1_g(t) = \exp(-\pi t^2 / T^2) \quad (22)$$

donde  $T$  es la duración de un pulso individual. Para el pulso rectangular el pulso recibido está dado por

$$1_r(\tau) = \int 1_R(\tau - t) \text{WF}(t) dt \quad (23)$$

Para valores suficientemente pequeños de  $\phi$ , el primer término en el exponente de  $\text{ITF}(\phi)$  es el dominante y por lo tanto las funciones de transferencia y de peso pueden escribirse como:

$$\text{ITF}(\phi) = \exp(-\pi i P_2 \phi^2 / c) \quad (24)$$

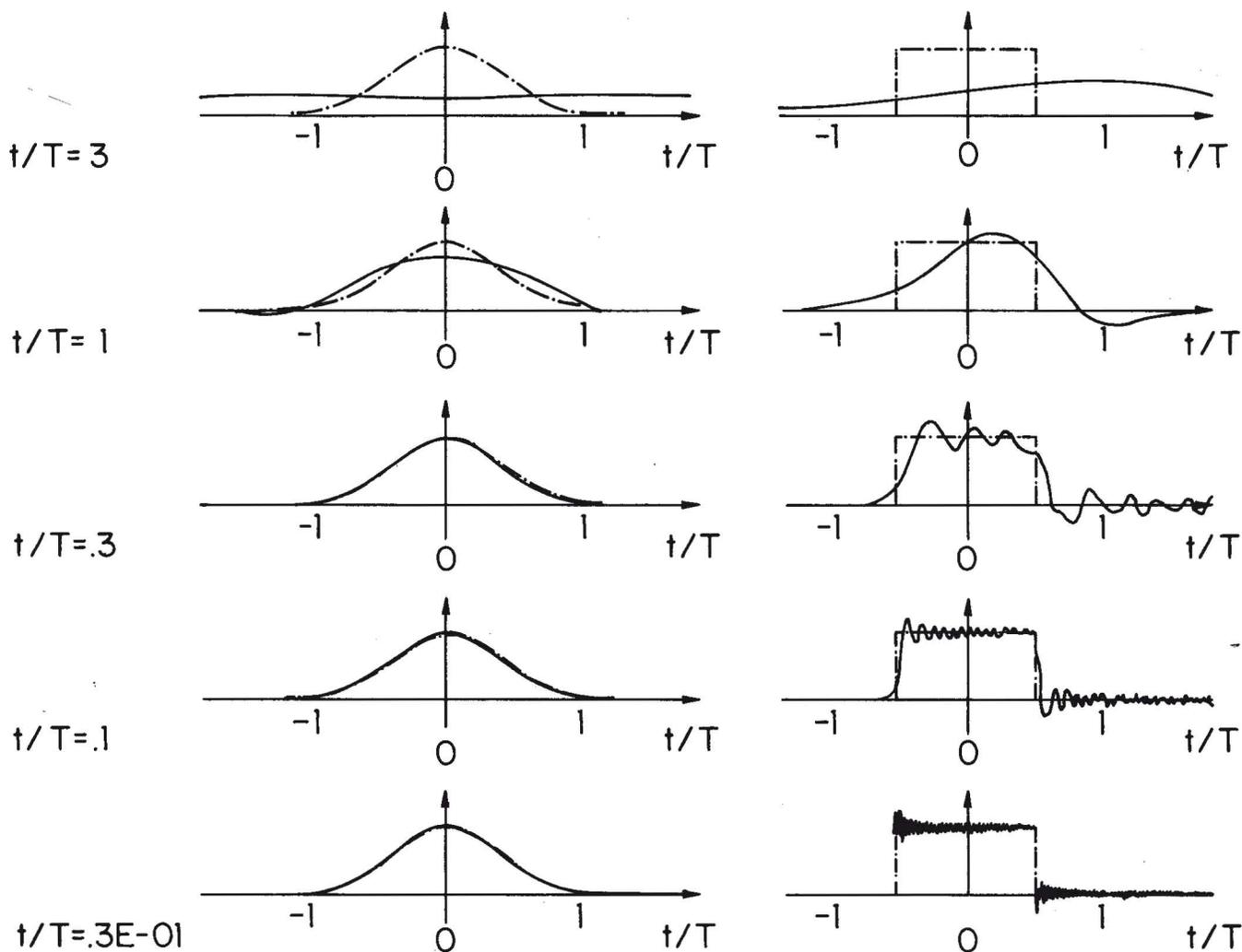


Fig. 1

$$WFR(t) = (c/P2)^{1/2} \exp(\pi i (c t^2 / P2 - 1/4)) \quad (25)$$

Es conveniente introducir la función

$$INT(t) = \int_0^t WF(t) dt \quad (26)$$

El pulso recibido para el caso rectangular es

$$I_R(\tau) = INT_R(\tau + T/2) - INT_R(\tau - T/2) \quad (27)$$

El pulso recibido para el caso gaussiano es

$$I_g(\tau) = T (T^2 + i t^2)^{-1/2} \exp(-\pi t^2 / (T^2 + i t^2)) \quad (28)$$

la parte real de los pulsos recibidos está ilustrada en la Fig. 1.

### 3. TIEMPOS DE RETARDOS DE FASE Y DE GRUPO PARA TUCUMAN

Consideramos una onda incidente desde un satélite con vector de onda  $n$  perteneciente al plano  $x-z$  formando un ángulo  $\theta$  con la dirección vertical, es decir

$$n = (C_1, C_2, C_3) \quad (29)$$

donde  $C_1 = \sin \theta$ ,  $C_2 = 0$ ,  $C_3 = \cos \theta$ , por lo tanto:

$$1 = C_1^2 + C_3^2 \quad (30)$$

Con las restricciones planteadas el vector de onda permanece en el plano  $x-z$  cuando incide en el medio ionizado; así

$$n = (C_1, C_2, C_3'(z)) \quad (31)$$

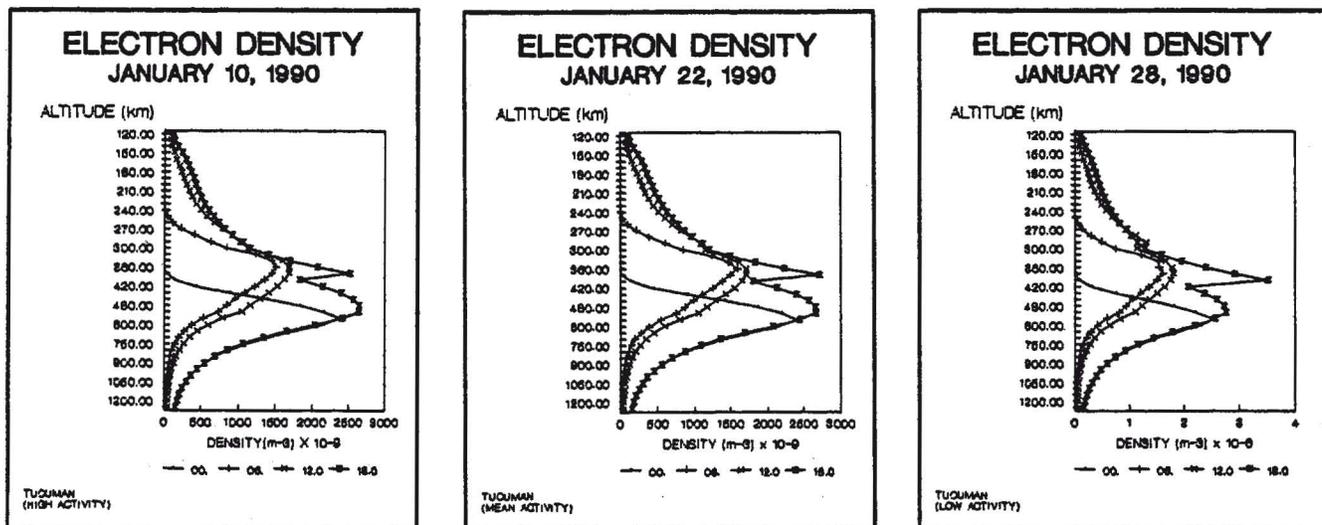


Fig. 2

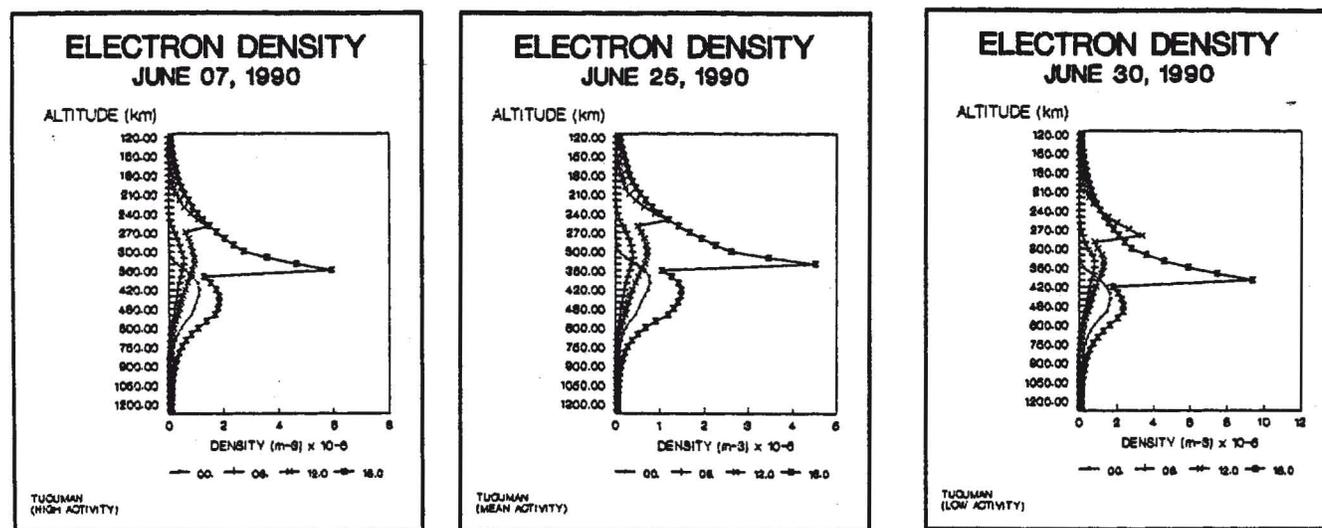


Fig. 3

donde

$$n^2 = C_1^2 + C_3^2(z) \quad (32)$$

El índice de refracción para una ionosfera isotrópica y sin colisiones para una dada frecuencia  $f$  está dada por

$$n^2 = 1 - (e^2/4 \pi^2 \epsilon_0 m_e) N_e = 1 - (f_{pe}/f)^2 \quad (33)$$

donde  $N_e$  es la densidad electrónica,  $f_{pe}$  es la frecuencia electrónica del plasma. A partir de (32) y (35), tendremos

$$C_3^2(z) = C_3^2 - (f_{pe}/f)^2 \quad (34)$$

El camino de fase a partir de (6) será:

$$P1 = C_1 x + \int_0^z C_3'(z) dz \quad (35)$$

El camino de grupo surge de la ecuación (9) y se expresa como:

$$P2 = C_1 x + \int_0^z (f C_3'(z)) / f dz \quad (36)$$

donde

$$C_3'(z) = (C_3^2 - A N_e(z) / f^2)^{1/2} \quad (37)$$

y  $f = 1.2$  GHz.

Las figuras 2 y 3 muestran los datos de densidad electrónica para Enero 10, 22, 28 y Junio 07, 25, 30 sobre Tucumán que han sido calculados a partir del Modelo Mk3 para 1990, para actividades alta, media y baja.

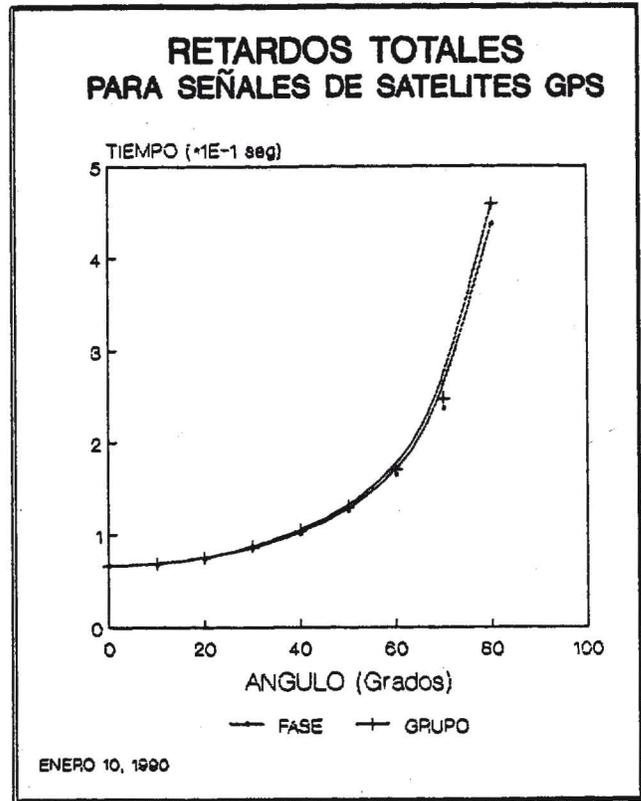
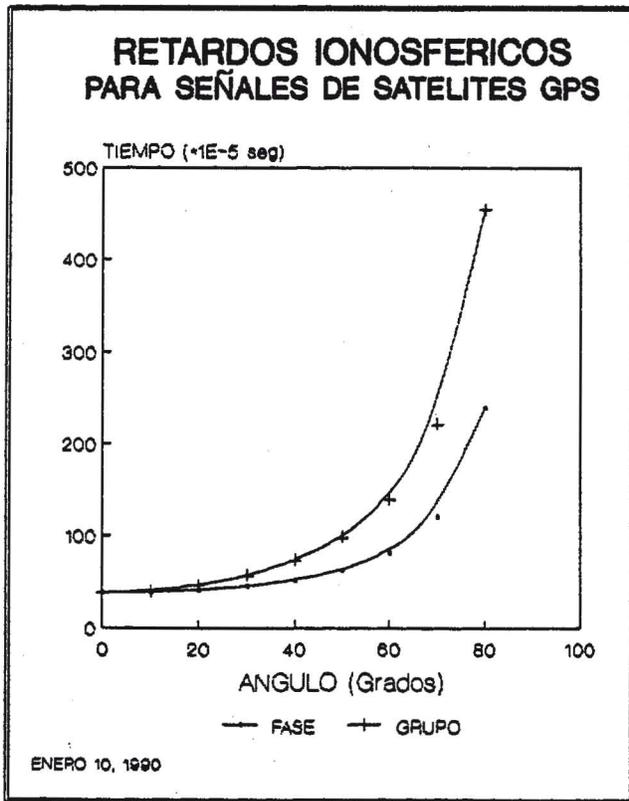


Fig. 4

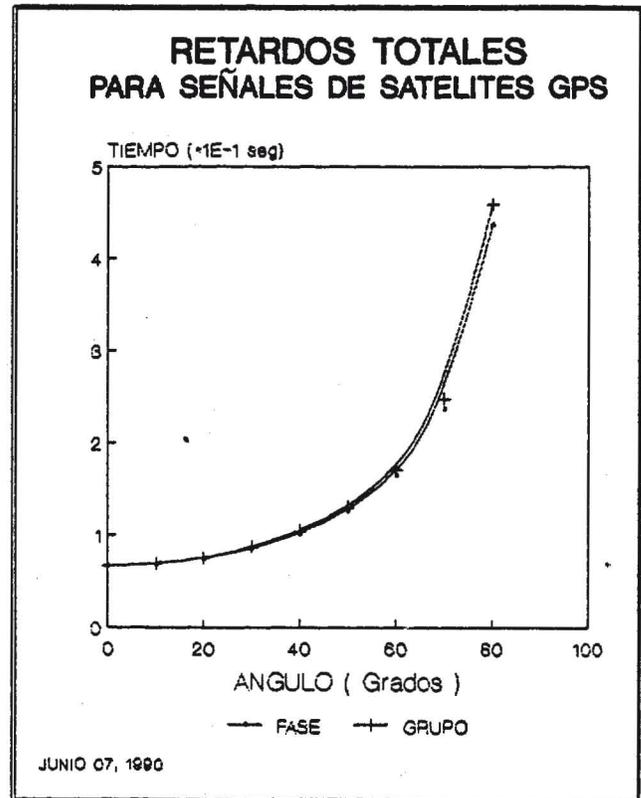
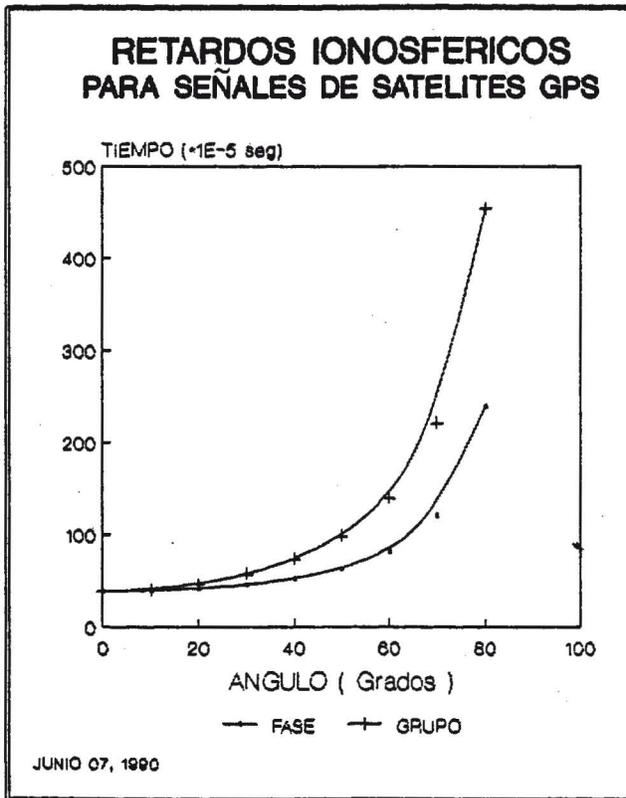


Fig. 5

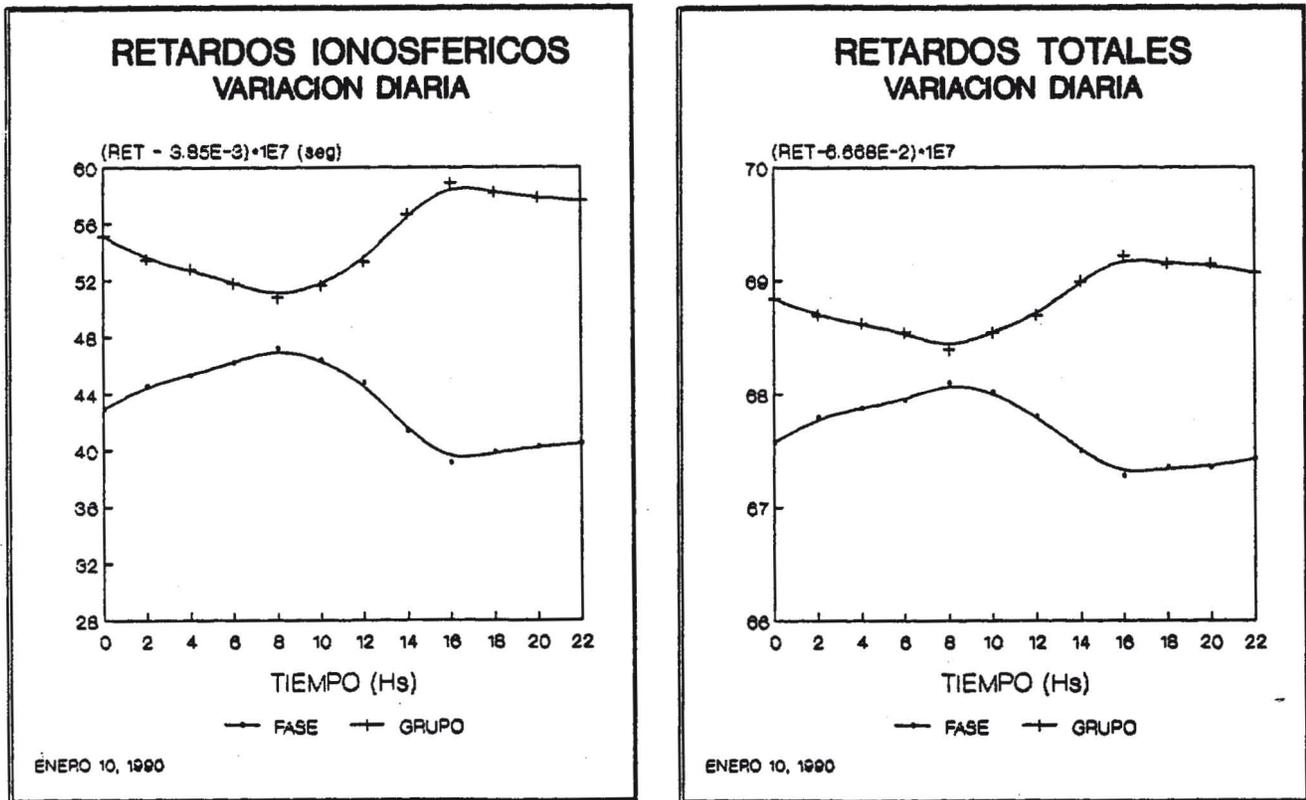


Fig. 6

Las figuras 4 y 5 muestran los retardos ionosféricos y totales de fase y grupo que sufren las señales al atravesar la ionosfera en función del ángulo de arribo.

En la figura 6 se muestra la variación diaria de los retardos ionosféricos y totales de grupo y fase para Enero de 1990.

### DISCUSION Y CONCLUSIONES

De la figura 1 se observa que el pulso rectangular sufre una mayor deformación que el gaussiano, especialmente cuando la relación  $t/T$  es grande.

De la comparación de las figuras 3 y 4 se concluye que en general las densidades electrónicas correspondientes a Junio son mayores que las de Enero de 1990, para distintas horas del día.

Las figuras 4 y 5 muestran que el mayor efecto en los retardos ionosféricos y totales son debidos al ángulo de arribo, ocurriendo siempre que los tiempos de retardos de grupo son mayores que los de fase.

La variación diaria de los retardos ionosféricos y totales de fase y grupo se observan en la figura 6.

Los retardos de grupo en general muestran un mínimo a las 8 hs T.U. y un máximo a las 16 hs T.U., mientras que las de fase muestran un efecto inverso.

### BIBLIOGRAFIA

- ABRAMOWITZ, M. and I. A. STEGUN, 1972. Handbook of Mathematical Functions, Dover, New York.
- BOCK Y. et al., 1986. Interferometric analysis of GPS phase observations. *Manuscripta geodaetica*, 11, 282.
- BOOKER, H. G., 1977. Fitting of multi-region ionospheric profiles of electron density by a single analytic function of height. *J. Atmos. Terr. Phys.* 39, 619-623.
- BOSSLER, J. y C. GOAD, 1980. Using the Global positioning System (GPS) for geodetic positioning. *Bull. Geod.* 54, 553.
- BUDDEN, K. G., 1985. The propagation of radio waves, Cambridge.
- BUDDEN, K. G. y P.D. TERRY 1971. Radio ray tracing in complex space. *Proc. Roy. Soc. Lond.* A321, 275-301.
- HEDIN, A. E., 1983. A revised thermospheric model based on Mass Spectrometer and Incoherent Scatter data MSIS-83. *J. Geophys. Res.*, 88, 10, 170.
- JONES, R. M., 1970. Ray theory for lossy media. *Radio Sci.* 5, 793-801.

- JONES, R. M. y J. J. STEPHENSEN 1975. A versatile three-dimensional ray tracing computer program for radio in the ionosphere, OT report 75-76, U.S. Department of Commerce .
- NICKISH, L. J., 1988. Focusing in the stationary phase approximation. *Radio Sci.* 23, 171-182.
- NISBET, J. S., C. STEHLE y E. BLEULER, 1983. Initial tests of an index based on AL values for modeling storm related perturbations of the thermosphere. *J. Geophys. Res.*, 88, 2175-2180.
- REMONDI, B., 1985. Global Positioning System carrier phase Description and use. *Bull. Geod.* 59, 361.
- RUSH, C. M., POKEMPNER, D.N. ANDERSON, F.G. STEWART, and J. PERRY, 1983. Improving ionospheric maps using theoretical derived values of FOF2. *Radio Sci.* 18, 95.
- RUSH, C.M., POKEMPNER, D. N. ANDERSON, F. G. STEWART, R.K. REASONER and J. PERRY, 1984. Global maps of FOF2 derived from observations and theoretical values. NITA Report 84-140.
- SIMON, C. and MING LEE, 1985. The Penn State Mark III Ionospheric Model: an IBM XT Computer Code. Scientific Report PSU CSSL SCI 482.
- 
- V. H. Ríos, J. F. Lagori, G. A. Mansilla,  
N. López Fernetti, A. Pérez Gómez y C. Medina  
*Laboratorio de Ionosfera*  
*Universidad Nacional de Tucumán*  
*Av. Independencia 1800, 4000 Tucumán*  
*Argentina*