

Geofís. Int., Vol. 28-4, 1989, pp. 721-735

**ERRORES ASOCIADOS AL CALCULO DE CORRIENTES
GEOSTROFICAS EN LA REGION ECUATORIAL**

A. C. CARRASCO*

S. G. MARINONE*

P. RIPA*

(Recibido: 27 de abril, 1988)

(Aceptado: 17 de abril, 1989)

RESUMEN

Utilizando datos hidrográficos de una sección meridional en la zona ecuatorial, se estiman corrientes geostroáficas y el error asociado al cálculo de éstas. Se suaviza mediante polinomios ortogonales el campo del geopotencial y de ahí se calcula su primera y segunda derivada, las que son necesarias para obtener la velocidad utilizando el balance geostroáfico. Se obtiene el sistema de corrientes ecuatoriales promedio con incertezas del orden del 40% o menos.

ABSTRACT

Hydrographic data from a meridional section in the equatorial zone are used to estimate geostrophic currents and their associated errors. The geopotential field is smoothed out using orthogonal polynomials. The first and second derivatives are calculated and used to evaluate the geostrophic velocity. We get the known equatorial current system with an uncertainty of 40% or less.

* *Depto. de Física, Facultad de Ciencias, UNAM, C. P. 04510, MEXICO.*

INTRODUCCION

La zona ecuatorial es considerada una región fuente de perturbaciones oceánicas que afectan el clima global, por esta razón su estudio se ha intensificado mucho en las últimas décadas. El sistema de corrientes ecuatoriales medias en el Océano Pacífico es esencialmente zonal, es decir, en la dirección Este-Oeste (ver por ejemplo Knauss, 1963; Leetma *et al.*, 1981). La figura 1 muestra esquemáticamente este sistema. Gran parte del conocimiento de corrientes extraecuatoriales se ha hecho por medio de cálculos geostroficados. Ya que las ecuaciones clásicas que describen el balance se indeterminan en el ecuador, el cálculo de corrientes geostroficadas se puede generalizar a la región ecuatorial usando el modelo de Tsuchiya (1955). Este modelo requiere conocer la segunda derivada meridional del campo de presión en el ecuador. Para calcularla se han utilizado diferencias finitas (Lukas y Firing, 1984; Bryden y Brady, 1984; Figueroa y Ripa, 1988) y polinomios (Hayes, 1982; Tsuchiya, 1955).

En algunos de estos trabajos (Lukas y Firing, 1984; Hayes, 1982) se comparan las velocidades calculadas con las medidas directamente, para hacer un juicio acerca de la existencia del balance geostrofico. Sin embargo no proporcionan información acerca de la incerteza de las velocidades geostroficadas debido al método de cálculo. La ausencia del balance geostrofico sólo se puede afirmar cuando la diferencia entre velocidades medidas y calculadas es mayor que la incerteza de ambas. El objetivo de este trabajo es estimar una cota en la incerteza de las velocidades geostroficadas debida al método de cálculo. Desafortunadamente, no hay mediciones de corrientes en el mismo lugar ni al mismo tiempo en que se tomaron los datos hidrográficos, por lo que no es posible juzgar si existe o no balance geostrofico en ese lugar.

BALANCE GEOSTROFICO

La aproximación geostrofica supone un balance entre la aceleración de Coriolis y el gradiente de presión; teóricamente su validez se puede demostrar para flujos de gran escala, lineales y estacionarios. La última restricción puede ser suavizada en el sentido de que la escala de variación temporal sea mayor que el período inercial. Dado que este último tiende al infinito al acercarse al ecuador es claro que el balance geostrofico o es inexistente o al menos problemático en latitudes muy bajas.

De existir un balance geostrofico en la región ecuatorial, éste sería sólo en la dirección meridional, ya que los flujos son básicamente zonales, es decir,

$$f_u = - \frac{\partial \phi}{\partial y} , \quad (1)$$

SCE.- Sub Corriente Ecuatorial
 CCNE.- Contracorriente Nor Ecuatorial
 CCSE.- Contracorriente Sur Ecuatorial
 CSE.- Corriente Sur Ecuatorial
 CNE.- Corriente Nor Ecuatorial
 CCSN.- Contracorriente Subsuperficial Norte
 CCSS.- Contracorriente Subsuperficial Sur
 CEI.- Corriente Ecuatorial Intermedia

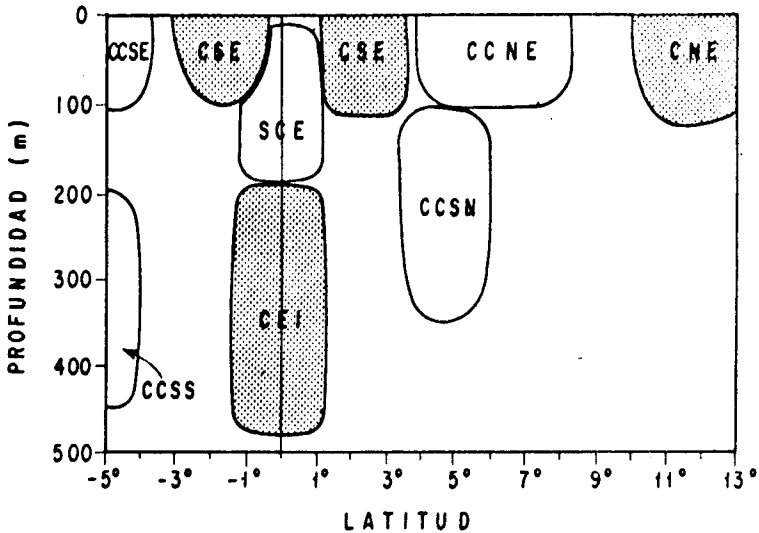


Fig. 1. Sistema de corrientes zonales en una sección meridional en el Pacífico Ecuatorial. La zona sombreada indica flujo hacia el oeste.

donde ϕ es el geopotencial, f el parámetro de Coriolis y u la velocidad zonal. En estas latitudes se introduce la aproximación del plano- β ecuatorial que consiste en hacer $f = \beta y$, donde 'y' es la distancia meridional al ecuador y $\beta = 2.289 \times 10^{-11} \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$. Luego, para mantener el balance geostrófico cuando $y \rightarrow 0$, el gradiente meridional del geopotencial $\partial\phi/\partial y$ debe anularse. En la práctica es posible que esto no ocurra exactamente, debido a la existencia de contribuciones ageostróficas en ϕ y/o a errores de cálculo. Por lo tanto, la ecuación (1) no puede ser utilizada en latitudes muy bajas porque produce velocidades indeterminadas (cociente 0/0). Tsuchiya (1955) propuso utilizar en el ecuador la derivada meridional de (1), es decir,

$$\beta u = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \quad (y = 0). \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2), por lo tanto, nos permiten estimar velocidades en el ecuador y fuera de él como

$$u = \begin{cases} -f^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial y} & (y \neq 0) \\ -\beta^{-1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} & (y = 0). \end{cases} \quad (3)$$

Estas ecuaciones no dan resultados plausibles para latitudes muy bajas, diferentes de cero, debido a que el gradiente del geopotencial no se anula en el ecuador, que es lo que requiere el balance geostrófico. Nava (1982) encontró que el valor de $\partial\phi/\partial y$ tiende a cero cerca del ecuador y propone una interpolación suave que elimina la contribución del gradiente meridional de ϕ en el ecuador, de la forma

$$fu = \frac{\partial\phi(0)}{\partial y} \gamma - \frac{\partial\phi(y)}{\partial y}, \quad (4)$$

donde

$$\gamma = \exp(-y^2/a^2),$$

y 'a' es la distancia de interpolación; en este trabajo elegimos $a = 1^\circ$. La velocidad geostrófica zonal es entonces

$$u = \begin{cases} (\beta y)^{-1} \left[\frac{\partial\phi(0)}{\partial y} \gamma - \frac{\partial\phi(y)}{\partial y} \right] & y \neq 0 \\ \beta^{-1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} & y = 0. \end{cases} \quad (5)$$

que es una expresión continua en $y = 0$. Nótese que cuando $y \rightarrow \infty$ en (5) se obtiene (1), y cuando $y \rightarrow 0$ se obtiene (2).

DATOS Y METODO

Los datos utilizados consisten en 45 lances hidrográficos tomados a lo largo del meridiano 110°W desde 5°S hasta 13°N , en febrero de 1979, como parte del Equatorial Pacific Ocean Climate Study (EPOCS). Magnum *et al.* (1980) describen con detalle

la metodología seguida para la obtención de los datos. Se tomaron valores de temperatura y salinidad cada 10 db entre 0 y 200 db, y cada 50 de 200 db en adelante. A partir de éstos se obtuvo la altura dinámica, o geopotencial, relativa a 500 db.

En cada curva isobárica se tienen 45 valores de altura dinámica (uno para cada lance). Estos valores fueron agrupados en segmentos de N puntos cada uno. Los segmentos se traslapan en los extremos, por lo tanto tienen puntos en común (Fig. 2).

Definido un segmento, se ajusta, por medio de cuadrados mínimos, un polinomio $F(y)$ de grado α a los datos de geopotencial $\phi_j = \phi(y_j)$, donde y_j es la latitud de cada lance ($j = 1, 2, \dots, N$). El grado α del polinomio debe ser positivo e inferior a $N-1$; para $\alpha = N-1$ el ajuste es exacto.

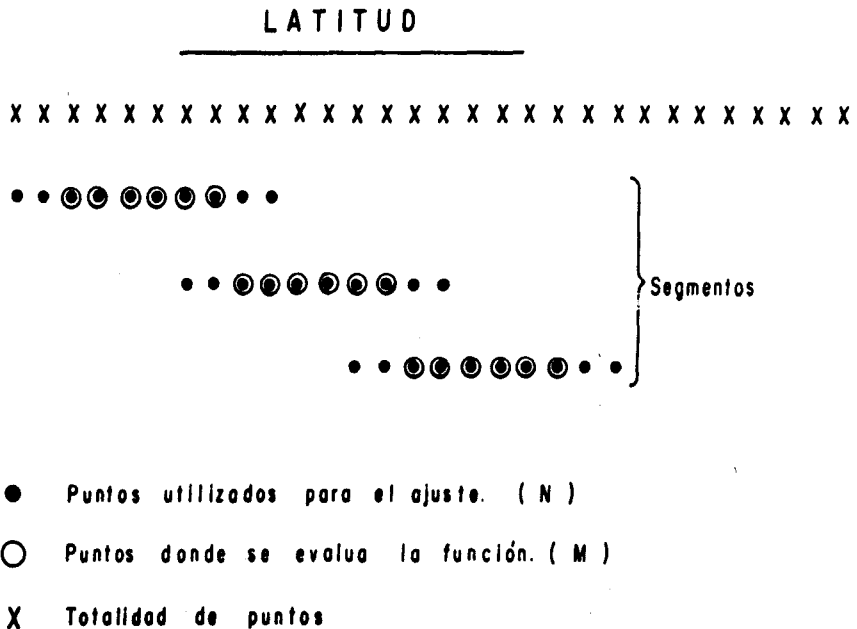


Fig. 2. Esquema del ajuste del geopotencial en función de la latitud por cada segmento. N es el número de datos por segmento, M es el número de puntos evaluados y N-M el número de puntos traslapados entre un segmento y el consecutivo. N y M se eligen de tal manera que se hace una evaluación de la función ajustada y sus derivadas en todos los puntos X (excepto en los extremos del primero y último).

La metodología utilizada para estimar incertezas es la tradicional de cuadrados mínimos. Esta se basa en la suposición de que los O_i son una realización cualquiera de un conjunto infinito de posibles medidas $\{O_i\}$ con errores no correlacionados y valor promedio en el conjunto o ensamble igual a cero. En breve, lo hecho aquí resulta de representar a la función $F(y_i)$ de grado α como el resultado de una combinación lineal de polinomios ortogonales P_n ($n = 0, \dots, \alpha$) en forma tal que la diferencia $[\phi_i - \sum C_n P_n]^2$ sea mínima. De esta forma se obtienen los C_n , una medida de la bondad del ajuste, y la incerteza de los coeficientes (para más detalle ver Forsythe, 1957).

Entonces, con este polinomio ajustado, se calculan la primera y segunda derivadas [$F'(y)$ y $F''(y)$] y sus incertezas, que son necesarios para estimar u (ver ec. 5). Para el ajuste se asignan pesos proporcionales a la distancia que hay entre los lances.

Las derivadas (F^m) y sus errores respectivos (ϵ^m), se evalúan en M puntos de la parte central de cada segmento de N puntos ($M < N$, Fig. 2), en la forma

$$\phi^m(y_j) = F_j^m + \epsilon_j^m$$

donde $m = 0$ indica la función suavizada, $m = '$ su primera derivada y $m = ''$ la segunda. La importancia de estos errores se determina calculando los errores relativos, en la forma

$$E_j^0 = \epsilon_j^0 / \sigma^0$$

$$E_j^m = \epsilon_j^m / (\langle F_j^{m2} \rangle + \sigma_j^{m2})^{1/2} \quad (m = ' \text{ ó } ''),$$

donde σ_j^{m2} es la desviación estándar de F_j^{m2} y $\langle \dots \rangle$ indica el valor medio; ambos momentos están calculados para los 45 lances. El error de la velocidad zonal (ϵ_u) está dado por

$$[\beta y \epsilon_u]^2 = \epsilon'(0)^2 \gamma^2 - 2R\epsilon'(0)\epsilon'(y)\gamma + \epsilon'(y)^2 \quad (y \neq 0),$$

$$\beta \epsilon_u = \epsilon''(0) \quad (y = 0),$$

donde R es el coeficiente de correlación entre los errores de la derivada en el ecuador y a la latitud y .

Se usaron polinomios de 2^o, 3^o y 4^o grado, pues al escoger un grado mayor se obtienen velocidades increíbles. Se hicieron pruebas manteniendo fijos dos de los tres valores siguientes: el número de puntos N de cada segmento, el grado del polinomio α y los puntos de traslape ($N-M$).

La elección del número N en los segmentos se hizo considerando que con 9 a 13 puntos se puede cubrir el ancho típico de las corrientes zonales. Se eligió tomar para el traslape un mínimo de 4 puntos, pues así no se evalúa en 2 puntos de cada extremo, y $M = 8$ (# de puntos evaluados) como máximo.

RESULTADOS

En todas las pruebas los errores porcentuales aumentan con el orden de la derivada de la función. El error máximo en las derivadas ocurre en aquellos segmentos que contienen al ecuador, independientemente de la profundidad. En la segunda derivada el paso de un segmento a otro es muy brusco cerca del ecuador y hay lugares donde las estimaciones en segmentos contiguos apenas se tocan aún dentro de la banda de error. Un ejemplo de esto se puede apreciar en la figura 3, la cual proviene de un ajuste de 3er grado en segmentos de $N = 11$ con $M = 5$ en 90 db; los resultados para esta profundidad son representativos. En esta figura se incluyen los valores hasta los extremos de los segmentos para apreciar el traslape. En la función misma (Fig. 3a) el ajuste es muy suave y continuo. En la primera derivada (Fig. 3b) el comportamiento es apenas continuo dentro de la amplitud del error. Y en la segunda derivada (Fig. 3c) el paso de un segmento a otro no es suave, particularmente cerca del ecuador.

La segunda derivada es muy importante pues es la que nos provee una estimación de la velocidad en el ecuador. Por lo tanto, una de las pruebas consistió en utilizar segmentos que incluyen al ecuador con polinomios de 2^o, 3er y 4^o grado, usando segmentos de 9, 11 y 12 puntos, respectivamente; los resultados se muestran en la Tabla 1. Los errores de la segunda derivada varían en función de la información que dan los puntos que se eligen para el ajuste. Es decir, tanto los errores porcentuales como el valor de la segunda derivada en esa región dependen de cuánta información extraecuatorial esté incluida en la elección del segmento en cuestión (Hayes, 1982).

Corrientes

Se obtuvieron perfiles de velocidad ecuatorial con su banda de error. La figura 4

Fig. 3a.

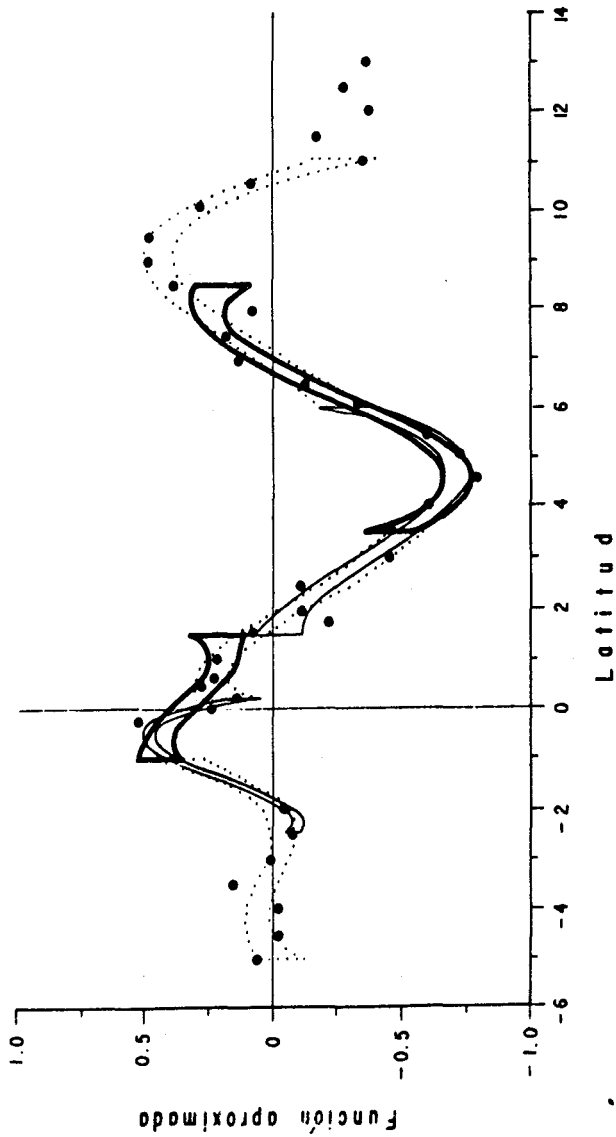


Fig. 3. La función (a), la primera (b) y segunda derivada (c) de un ajuste hecho a 90 db con un polinomio de 3er grado en segmentos de $N = 11$ puntos, traslapados 6. Los distintos tipos de curvas son para diferenciar un segmento de otro y encierran el área comprendida por la función \pm su error (igual las derivadas).

Fig. 3b.

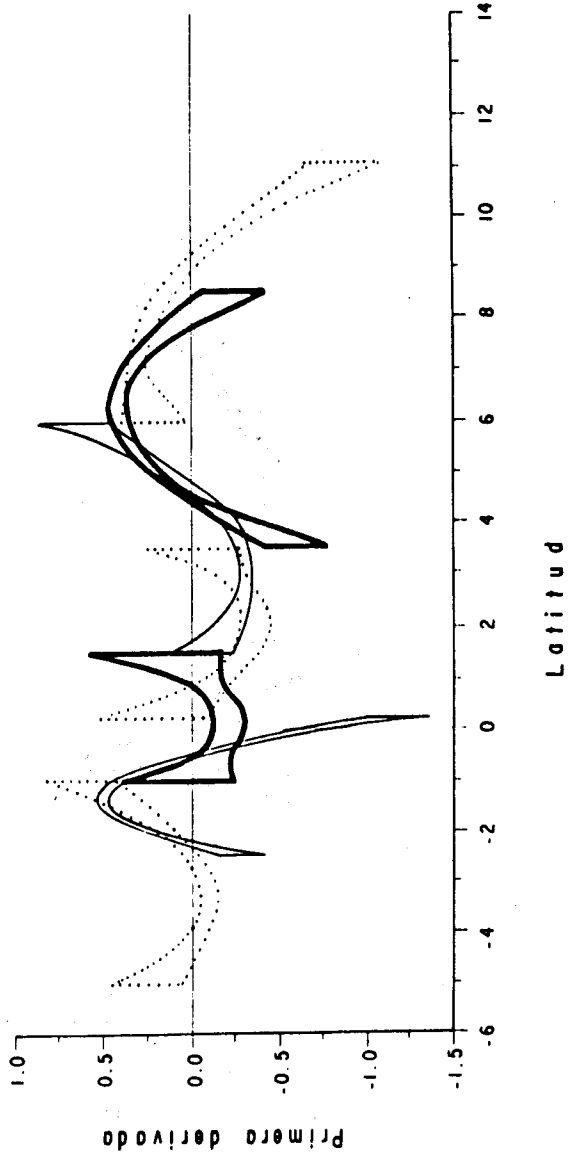


Fig. 3c.

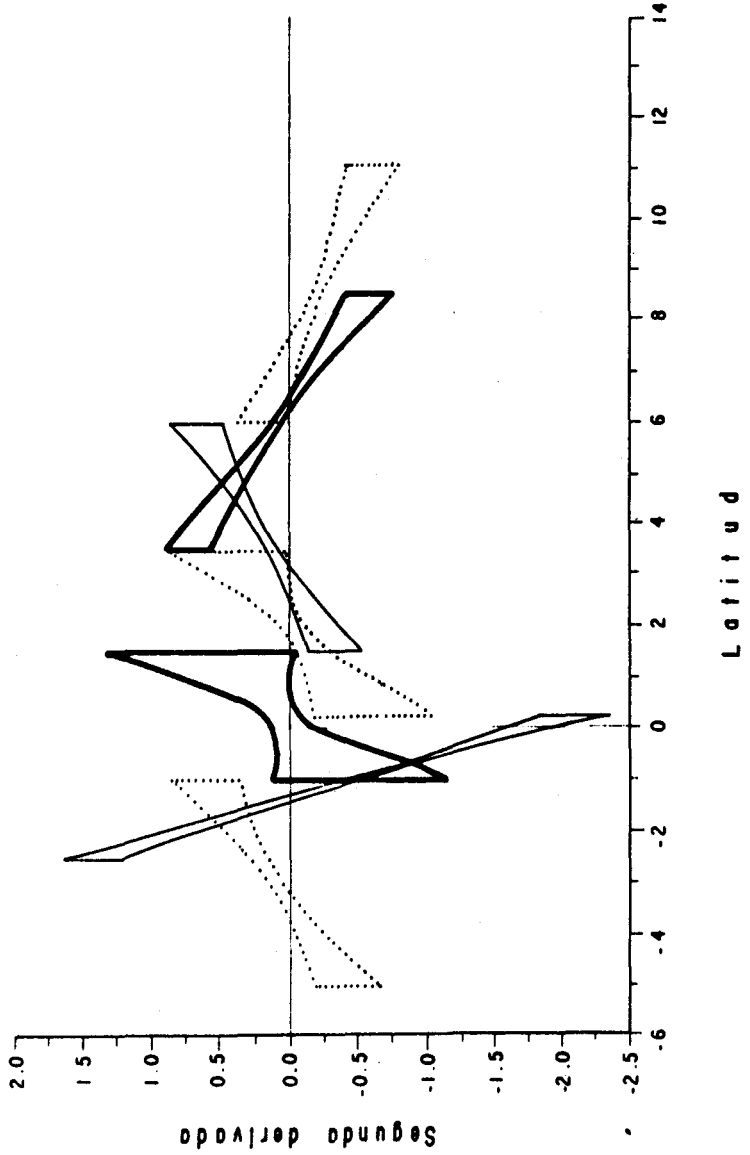


Tabla 1

Errores absolutos ϵ'' y relativos E'' de la segunda derivada del geopotencial para polinomios de distinto orden

Latitud	-1.47°	1.24°	-1.25°	1.25°	-1.0°	1.5°	-1.0°	1.0°
Grado	4°		3°		3°		2°	
N	12		11		11		9	
Errores	ϵ'' s ⁻²	E'' %	ϵ'' s ⁻²	E'' %	ϵ'' s ⁻²	E'' %	ϵ'' s ⁻²	E'' %
Prof (db)								
60	0.47	35	0.23	28	0.26	27	0.15	84
70	0.51	37	0.25	30	0.30	28	0.17	73
90	0.60	42	0.30	32	0.37	31	0.20	86
100	0.64	45	0.34	32	0.40	34	0.21	90
140	0.80	47	0.43	37	0.47	37	0.25	77
190	0.85	47	0.46	43	0.48	41	0.25	64
300	0.87	47	0.47	44	0.48	45	0.25	64
400	0.98	49	0.51	41	0.53	47	0.27	78

muestra cuatro de estos perfiles obtenidos ajustando un polinomio de 2°, dos de 3er y uno de 4° grado. El ajuste hecho con un polinomio de 2° grado con N = 9 entre 1°S y 1°N (Fig. 4a) da los valores de las velocidades ecuatoriales más cercanas a las esperadas y errores menores para la Sub Corriente Ecuatorial. Las velocidades ecuatoriales obtenidas con el polinomio de 4° grado con N = 12 entre 1.47°S y 1.23°N (Fig. 4d), tiene los valores más altos tanto para las velocidades como para sus errores. El ajuste de 3er grado entre 1.25°S y 1.25°N con N = 11 (Fig. 4c), presenta el menor error para la velocidad ecuatorial y la velocidad más pequeña para la SCE ya que el núcleo de esta corriente se encuentra desplazado hacia el Norte. El ajuste de 3er grado con N = 11 (Fig. 4b) entre 1°S y 1.5°N presenta valores intermedios de los errores y de las velocidades ecuatoriales.

Los casos de las figuras 4a, 4b y 4d proporcionan la misma estructura para el ecuador, pues si se sobreponen las gráficas se puede apreciar que las bandas de error se traslapan.

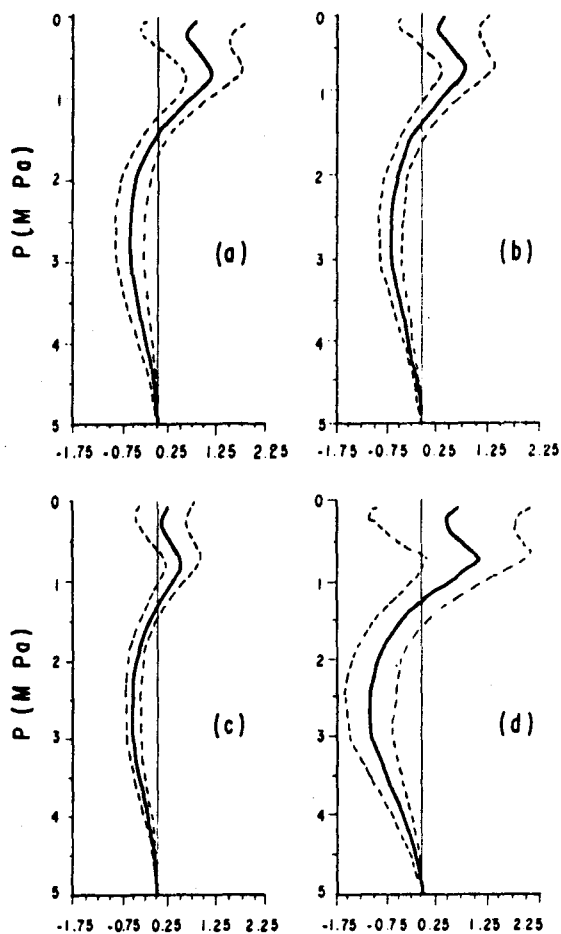


Fig. 4. Perfil de velocidad ecuatorial (m s^{-1}) y su error, obtenidos a partir de (a) un ajuste de 2° grado entre 1°S y 1°N con $N = 9$, (b) un ajuste de 3° grado entre 1°S y 1.5°N con $N = 11$, (c) uno de 3° grado entre 1.25°S y 1.25°N con $N = 11$ y (d) uno de 4° grado entre 1.47°S y 1.25°N con $N = 12$.

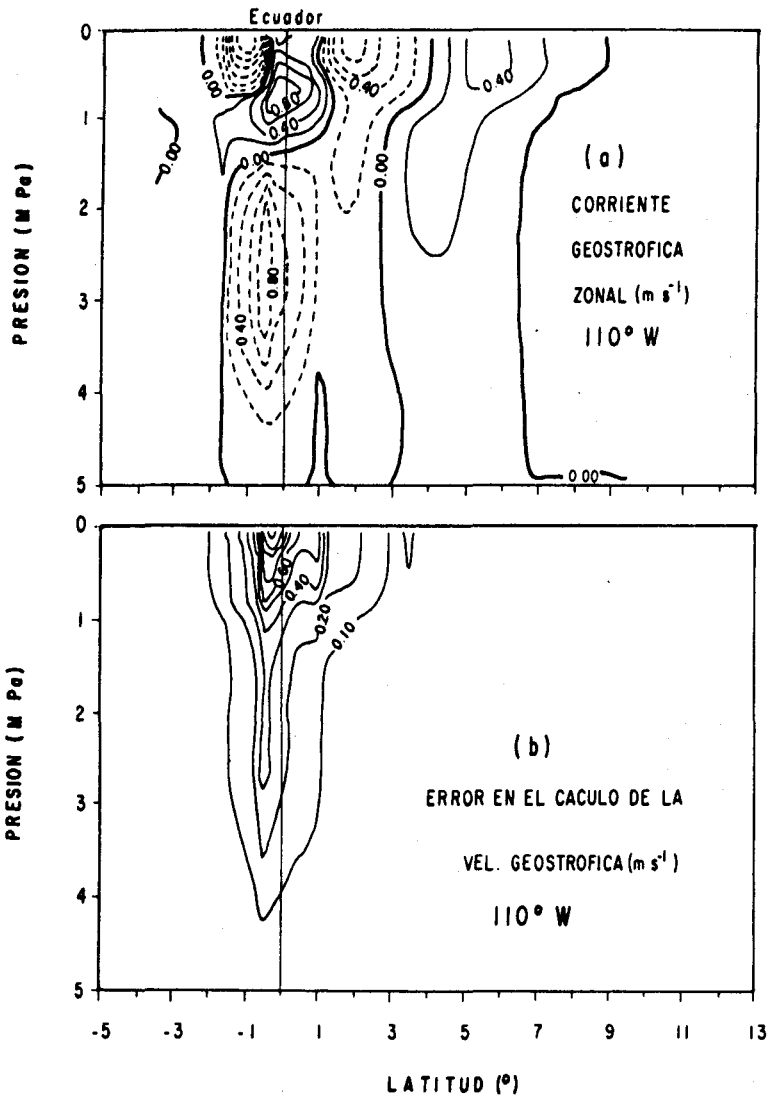


Fig. 5. (a) Campo de corrientes geostróficas zonales en 110°W, obtenido de un ajuste al geopotencial de 3er grado en segmentos de $N = 11$ con $M = 5$ y (b) el error estimado para las velocidades. El segmento ecuatorial cae entre 1°S y 1.5°N.

Estructura meridional de corrientes

En la obtención de las corrientes geostróficas desde 5°S hasta 13°N encontramos que al utilizar el ajuste de 3er grado con $N = 11$ y $M = 3$ se obtienen las velocidades ecuatoriales presentadas en la figura 4c. A pesar de que este caso tiene los errores menores en el segmento que incluye al ecuador, los valores de la velocidad con respecto a la latitud muestran cambios bruscos, tanto al norte como al sur.

En general los polinomios de 3° y 4° grado dan una mejor representación global de la estructura de las corrientes zonales fuera de la región ecuatorial, en cuanto a localización y sentido. Dentro de esta zona no siempre existe una variación suave de las velocidades. Los ajustes de segundo grado dan velocidades esperadas dentro de un grado de latitud, pero no fuera de esta zona. Por ejemplo, la combinación $N = 11$, $M = 5$ y $\alpha = 3$ muestra un comportamiento suave para las corrientes, a lo largo de la sección, como se puede apreciar en la figura 5. Los errores de las velocidades para este ajuste fuera de la región ecuatorial van de 7 a 26% pero llegan a ser muy grandes cerca del ecuador (60% para la SCE y 30% para la Corriente Ecuatorial Intermedia) y en la superficie (100%).

CONCLUSIONES

Las velocidades calculadas y sus errores en la región ecuatorial son muy sensibles a la elección de los puntos, a la cantidad de ellos y al grado del polinomio a ajustar.

A partir de varias pruebas y combinaciones se encuentra que el error asociado al cálculo de las corrientes puede ser tan pequeño como un 7% y tan grande como el 100%. Los errores grandes ocurren en lugares donde, de todos modos, el balance geostrófico es cuestionable, es decir, en la capa superficial y en el ecuador.

Este método da los mejores resultados con un ajuste de 3er grado, con N de 9 a 11 puntos y con el traslape de tal forma que se evalúe en cada segmento un solo punto, es decir con $M = 1$.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Stanley Hayes de la National Oceanic and Atmospheric Administration de los Estados Unidos, por proporcionarnos los datos utilizados y a Fabián Cabrera por dibujar las figuras.

BIBLIOGRAFIA

- BRYDEN, L. and C. BRADY, 1984. Diagnostic Model of the Three Dimensional Circulation in the Equatorial Pacific Ocean. *J. Phys. Ocean.*, 15, 1255-1273.
- FIGUEROA, J. y P. RIPA, 1988. Variación estacional del Balance Geostrófico en la Región Ecuatorial. *Geofís. Int.*, 27, 3, 415-452.
- FORSYTHE, G. E., 1957. Generation and use of orthogonal polynomials for fitting data with a digital computer. *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, 5(2), 74-88.
- HAYES, S. P., 1982. A comparison of measured and geostrophic velocity in the Equatorial Undercurrent. *J. Mar. Res.*, 40 (suplemento), 219-229.
- KNAUSS, J. A., 1963. Equatorial Current System. In: *The Sea*, 2, 235-252. Interscience Publishers, London. 544 pp.
- LEETMA, A., J. McCREARY and W. MOORE, 1981. Equatorial Currents Observations and Theory. In: *Evolution of Physical Oceanography*. Warren and Wunsch, Eds., 1981. The MIT Press, Cambridge, 184-196.
- LUKAS, R. and E. FIRING, 1984. The geostrophic balance of the Pacific Equatorial Undercurrent. *Deep-Sea Res.*, 31, 61-66.
- MAGNUM, L. J., N. N. SOREIDE, B. D. DAVIES, B. D. SPELL and S. P. HAYES, 1980. CTD/O measurements during the Equatorial Pacific Ocean Climate Study (EPOCS) in 1979. NOAA Data Report ERL PMEL-1, 645 pp.
- NAVA, C., 1982. Campos de densidad y velocidad geostrofica en el océano Pacífico Ecuatorial. Tesis de Maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, 96 pp.
- TSUCHIYA, M., 1955. On a simple method of estimating the current velocity at the equator. *J. Ocean. Soc. Japan*, 11, 1-4.