

III CONFERENCIA TÉCNICA SOBRE HURACANES Y METEOROLOGÍA TROPICAL
TECHNICAL CONFERENCE ON HURRICANES AND TROPICAL METEOROLOGY

México, D. F., Jun. 6-12, 1963

7a. SESIÓN

7th. SESSION

CONVECCIÓN E INTERCAMBIO AIRE-MAR-TIERRA
CONVECTION AND AIR-SEA-EARTH EXCHANGE

GENERACION EXPERIMENTAL DE
VORTICES AFECTADOS CONVECTIVAMENTE

EXPERIMENTAL GENERATION OF
CONVECTIVELY DRIVEN VORTICES

DOUGLAS K. LILLY *

DOUGLAS K. LILLY *

RESUMEN

Las circulaciones vorticales relacionadas dinámicamente con tornados, chubascos y trombas se han producido en líquidos usando burbujas de gas como fuente de energía fija. Se discuten métodos de generación, observación y medición, ilustrándose con resultados cualitativos.

Los experimentos que se describen se originaron en un infructuoso intento de preparar un modelo de procesos de convección húmeda por medio de un líquido que contuviera un gas en solución. Muchos de esos sistemas de 2-fases, v.gr. CO₂ en agua o metano en alcohol, exhiben suficiente solubilidad para que los cambios en densidad que causa el desprendimiento de gas en el líquido que sufre cambios adiabáticos de presión tengan el mismo orden de magnitud que los causados por el calor latente de condensación del vapor de agua en el aire. La microfísica de la formación y reabsorción de burbujas, abarcando las condiciones de nucleación, es prácticamente idéntica a la de formación y evaporación de gotitas, siendo tales los cambios de presión requeridos que en principio se podría formar un modelo de nube en cumulus en un tanque medidor. Por desgracia, la escala característica de tiempo para el crecimiento de una burbuja en un líquido con supersaturación dada supera al crecimiento de gotitas por varios órdenes de magnitud, que dependen en cierto modo de la difusión molecular, tensión superficial y densidad del líquido. Ya que ninguna de esas propiedades varía suficientemente, el modelo es impráctico para cualquier simulación verdadera que emprenda dinámica no-lineal. Pero, el uso de burbujas como fuente de energía convectiva tiene otros atractivos y lo usó J. S. Turner (1963) en experimentos de laboratorio con termales que desprendían gas fijo. Últimos experimentos realizados separadamente por Turner y por mí comprobaron la posibilidad de usar esta fuente de energía convectiva en presencia de rota-

* U. S. Weather Bureau; actualmente asignado al Centro Nacional para Investigación Atmosférica, Boulder, Colorado.

ABSTRACT

Vortical circulations, dynamically related to tornadoes, waterspouts, and dust-devils, have been produced in liquids by the use of gas bubbles as a buoyant energy source. Methods of generation, observation, and measurement are discussed and qualitative results illustrated.

The experiments described here stem from an unsuccessful attempt to model moist convection processes by means of a liquid containing a gas in solution. Many such 2-phase systems, e.g. CO₂ in water or methane in alcohol, exhibit sufficient solubility that the density changes caused by release of gas in liquid undergoing adiabatic pressure changes are of the same order of magnitude as those caused by the latent heat of condensation of water vapor in air. The microphysics of bubble formation and reabsorption, including the nucleating requirements, are practically identical to those of droplet formation and evaporation, and the required pressure changes are such that, in principle, one could form a cumulus cloud model in a one meter tank. Unfortunately, the characteristic time scale of bubble growth in a liquid for a given supersaturation is greater than that of droplet growth by several orders of magnitude, depending somewhat on the molecular diffusion, surface tension, and density of the liquid. Since none of these properties are variable to a sufficient degree, the model is impractical for any true simulation involving non-linear dynamics. Nevertheless, the use of bubbles as a source of convective energy is attractive from other standpoints, and was used by J. S. Turner (1963) in laboratory experiments with buoyant gas-releasing thermals. In recent experiments conducted separately by Turner and myself, it has proved to be possible to utilize this convective energy source in the presence of rotation to produce vortices somewhat analogous to those occurring in the atmosphere. The experiments are con-

* U. S. Weather Bureau; currently on assignment to the National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado.

ción para producir vórtices bastante análogos a los que ocurren en la atmósfera. Los experimentos continúan y apenas comienzan a producir resultados cuantitativos, resultando definitivamente incompleto y tal vez incorrecto, en parte lo que se dirá ahora.

Se embotella agua carbonatada comercial con exceso de presión de casi tres atmósferas y por consiguiente, al destaparla, existe un 300% de solución supersaturada de bióxido de carbono. Como el agua fue cuidadosamente filtrada para quitar cualquier núcleo de burbujas y bien limpiadas las botellas, la solución existe en estado inestable a presiones ordinarias. En el experimento inicial una probeta de vidrio limpia de poca capacidad en cuartos se llena cuidadosamente con "Canada Dry" y se pone en rotación en un disco. Cuando el líquido alcanza un estado de rotación sólida se introduce un poco de sal de mesa o detergente doméstico (muchas otras cosas tendrían el mismo o más efecto). A los pocos segundos el giro convectivo origina una concentración con momento angular en un vórtice cerrado bien desarrollado, que se hace muy visible por la casi sólida corriente de burbujas en su centro. El vórtice conserva su buen desarrollo y visibilidad mientras hay núcleos no disueltos en el interior o fondo del líquido y gas en exceso significativo en la solución. La Figura 1 muestra un ejemplo en que el agente de nucleación fueron partículas de detergente (foto proporcionada por J. S. Turner).

La similitud visual de este fenómeno con tornados o trombas es notable y se refleja parcialmente en las semejanzas dinámicas. Los procesos convectivos que tuvieron lugar son bastante análogos a los de nubes en cumulonimbus. Además, hay un importante proceso de autoalimentación de vórtice por burbujas fijas que probablemente también existe en vórtices naturales. Puede demostrarse fácilmente que las aceleraciones centrífugas en el vórtice son del mismo orden en magnitud y en gravedad. El vector del gradiente de presión, por consecuencia, se inclina fuertemente hacia el eje del vórtice y acumulaciones fijas que tienden a caer y permanecer en el centro del vórtice. Así, quedan activamente protegidas contra arrastre y pueden concentrar su liberación de energía cinética más efectivamente que en la usual pluma de convección en expansión. Tal proceso puede causar la presión extremadamente baja que se supone existir en un tornado fuerte.

La efervescencia del agua carbonatada se convierte en fuente de energía convectiva comparable al aire húmedo en condensación. Turner sugirió otro método para usar burbujas de gas como fuente como sería introducir una corriente de aire directamente a un fluido a través de un delgado tubo que se empujara desde arriba. El extremo del tubo es análogo a una fuente térmica y produce el equivalente de una pluma convectiva seca arriba. En presencia de rotación muchos de esos efectos dinámicos operan como en el experimento del agua carbonatada habiéndose verificado que se producen esencialmente vórtices similares. Las ventajas del tubo residen en la controlabilidad y medición de la fuerza y ubicación de la fuente como en el caso de la producción de un flujo estático permanente. Desde luego,

continuing and only now are beginning to produce quantitative results, so that the material presented here is definitely incomplete and perhaps, in part, incorrect.

Commercial carbonated water is capped at an excess pressure of about three atmospheres and upon uncapping is, therefore, a 300% supersaturated solution of carbon dioxide. As the water has been thoroughly filtered to remove all bubble nuclei and the bottles are well cleaned, the solution exists in a metastable state at ordinary pressures. In the initial experiment a clean glass beaker of a few quarts capacity is carefully filled with "Canada Dry" and set into rotation on a turntable. After the fluid has reached a state of solid rotation a pinch of table salt or household detergent (many other things would work equally well or better) is introduced and promotes rapid effervescence. Within a few seconds the convective overturning develops a concentration of angular momentum in a well-developed central vortex, made highly visible by the almost solid stream of bubbles in its core. The vortex remains well-developed and visible as long as undissolved nuclei are present in the interior or bottom of the fluid and significant excess gas remains in the solution. Figure 1 shows an example in which detergent particles were the nucleating agent (photo provided by J. S. Turner).

The visual similarity of this phenomenon to a tornado or waterspout is striking and is partially reflected in the dynamical similarities. The convective processes involved are somewhat analogous to those in a cumulonimbus cloud. In addition there is an important feedback process of the vortex on the buoyant bubbles which is probably also present in natural vortices. It can easily be shown that centripetal accelerations in the vortex are of the same order of magnitude as gravity. The pressure gradient vector is, therefore, strongly inclined to the vortex axis and buoyant parcels will tend to fall into and remain in the vortex core. They are thus actively protected from entrainment and are able to concentrate their release of kinetic energy more effectively than in the usual expanding convection plume. Such a process may be responsible for the extremely low pressures presumed to exist in a severe tornado.

Carbonated water effervescence produces a convective energy source that is comparable to that of condensing moist air. Turner suggested that another method of using gas bubbles as a source would be to simply introduce a stream of air into a fluid through a thin tube pushed in from above. The tube end is analogous to a heat source and produces the equivalent of a dry convective plume above it. In the presence of rotation, many of the same dynamical effects are operating as in the carbonated water experiment, and we have verified that essentially similar vortices are produced. The advantages of the tube are in the controllability and measurement of the source strength and location and in the ease of producing a steady state flow. This latter is, of course, a primary advantage of immiscible bubbles,

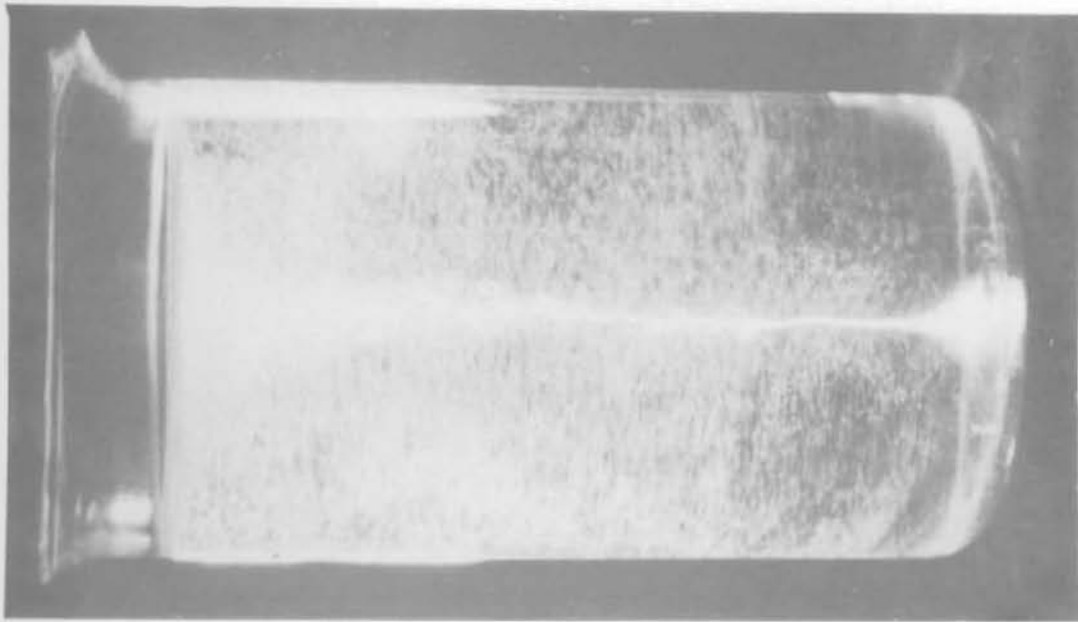


Fig. 1—Experimento con detergente como agente de nucleación.

Fig. 1—Experiment with detergent as nucleating agent.

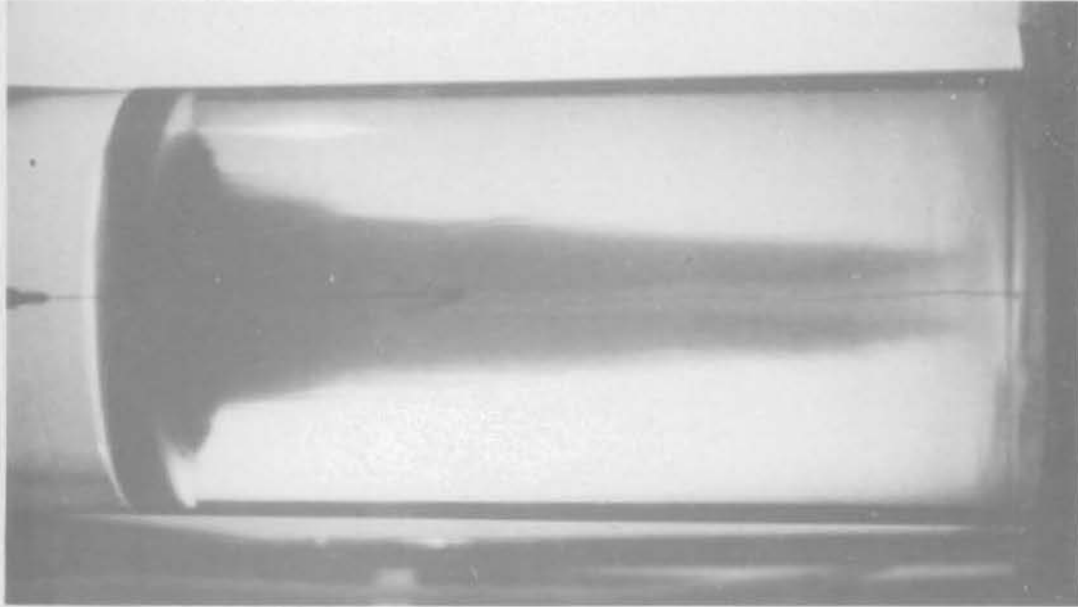


Fig. 2—Experimento con permanganato de potasio produciendo línea ondulante.

Fig. 2—Experiment with potassium permanganate producing a wavy streak.

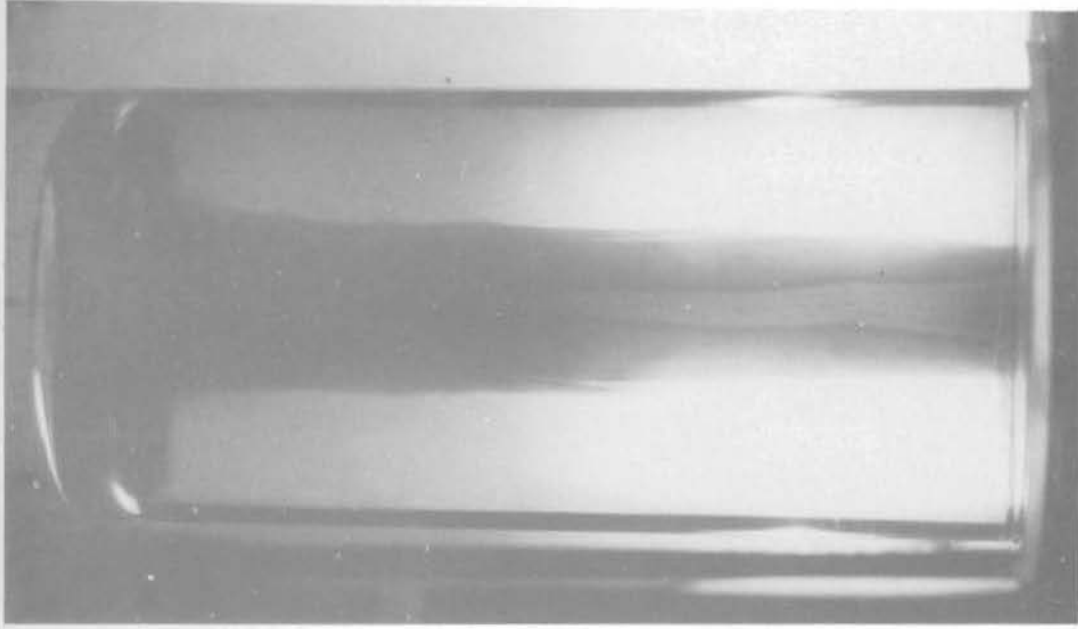


Fig. 3—El mismo experimento más avanzado.

Fig. 3—The same experiment more advanced.

lo último es la ventaja principal de burbujas inmiscibles en comparación a fuentes que deben considerarse en estratificación progresiva en las capas superiores.

La circulación convectiva meridional puede investigarse cualitativamente y semi-cuantitativamente por medio de inyección de colorantes en varias localidades. Las Figuras 2 y 3 (también de Turner) muestran posiciones consecutivas de un frente de colorante en el flujo que baja por fuera del centro del vórtice. Aparentemente el movimiento es algo convergente, ya que los elementos del fluido cercanos a la superficie cilíndrica con movimiento vertical cero se muevan eventualmente en sentido transversal y hacia arriba. Aquellos que comienzan después en el fondo pueden alcanzar la capa limitante inferior y luego introducirse rápidamente y ascender al centro del vórtice. Los movimientos parecen completamente laminares, pero exhiben substanciales perturbaciones oscilatorias, especialmente en la región central. Esa tendencia se muestra en la línea ondulada que emana de un pequeño cristal de permanganato de potasio en el fondo de las Figuras 2 y 3. La Figura 4 muestra porciones de las ramas ascendente y descendente de la circulación convectiva, ahora visibles por el colorante introducido simultáneamente en los extremos superior e inferior del vórtice. Por tales métodos es posible medir las máximas velocidades ascendente y descendente.

El perfil de presión en el fondo puede medirse introduciendo una capa de fluido inmisible pesado, v. gr. CCl_4 . Las condiciones a la frontera habituales en la interfase, agregando la ecuación hidrostática, requieren

$$\frac{\partial p_1}{\partial r} = \frac{\partial p_2}{\partial r} + g (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial h}{\partial r}$$

donde p_1 , ρ_1 ; p_2 , ρ_2 son la presión y densidad de interfase de los fluidos superior e inferior, respectivamente y h es la altura de superficie. Introduciendo un fluido aún más pesado puede verificarse que $\alpha \rho_2 \sqrt{\alpha r}$ es despreciablemente pequeño, lo que indica que el vórtice no se extiende significativamente a través de la primera estratificación de densidad. Por consiguiente, en una primera aproximación.

$$\frac{\partial p_1}{\partial r} = g (p_2 - p_1) \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\rho_1 v_1^2}{r}$$

la última igualdad sigue al supuesto ciclotrófico (probablemente muy exacto). La Figura 5 muestra un típico perfil de interfase de un vórtice moderadamente fuerte en kerosina sobre agua. La distorsión de la superficie de interfase no parece alterar grandemente otras propiedades del vórtice, excepto muy cerca de la interfase.

Finalmente, es posible medir velocidades directamente por cine-fotografía de alta velocidad con partículas trazadoras neutralmente fijas. Turner ha informado (por comunicación personal) haber medido velocidades tangenciales del orden de 30 cm/seg y verticales de 6 cm/seg. Dichos valores son consistentes con alturas típicas de interfase y

comparado a una fuente de calor, con la cual uno debe preocuparse con la estratificación progresiva de las capas superiores.

The meridional convective circulation may be investigated qualitatively and semi-quantitatively by means of dye injected at various locations. Figures 2 and 3 (also by Turner) show consecutive positions of a dye front in the descending flow outside the vortex core. The motion is apparently slightly convergent so that fluid elements close to the cylindrical surface of zero vertical motion eventually move across it and stream upward. Those which start further out from the venter eventually reach the lower boundary layer, then stream inwards rapidly and move up the vortex center. The motions appear to be completely laminar but exhibit substantial oscillatory disturbances, particularly in the central region. This tendency is shown by the wavy streak emanating from a small crystal of potassium permanganate on the bottom of Figures 2 and 3. Figure 4 shows portions of the upward and downward branches of the convective circulation, made visible by dye introduced simultaneously into the upper and lower ends of the vortex. By such methods it is possible to measure the maximum upward and downward vertical velocities.

The pressure profile at the bottom may be measured by introducing a layer of heavy immiscible fluid, e.g. CCl_4 . The usual boundary conditions at the interface, plus the hydrostatic equation, require that

where p_1 , ρ_1 , p_2 and ρ_2 are the interface pressure and density of the upper and lower fluids, respectively, and h is the surface height. By introduction of a still heavier fluid it may be verified that $\alpha \rho_2 \sqrt{\alpha r}$ is negligibly small, i.e. the vortex does not extend significantly through the first density stratification. To a first approximation, therefore,

the latter equality following from the (probably very accurate) cyclostrophic assumption. Figure 5 shows a typical interface profile of a moderately strong vortex in kerosene over water. The distortion of the interface surface does not seem to alter the other properties of the vortex greatly except very close to the interface.

Finally, it is possible to measure velocities directly by high speed cine photography of neutrally buoyant tracer particles. Turner has reported (by personal communication) measurements of tangential velocities of the order of 30 cm/sec, vertical velocities of 6 cm/sec. These values are consistent with typical interface heights and dye trajectory

velocidades de trayectoria de colorantes, pero hasta ahora no hay conjuntos de datos completos.

Actualmente no existe tratamiento teórico adecuado para tales vórtices convectivos. La solución teórica de Gutman (1957) para un vórtice en gas inestable adiabáticamente es muy interesante, pero no considera los efectos friccionales del límite inferior. El tratamiento de Long (1961) parece inapropiado por razones casi similares. Además, tales modelos y otros de Rott (1958), Lewellen (1962) y otros requieren generalmente un vórtice irrotacional como condición a la frontera radial exterior, es decir, $\omega r \rightarrow$ constante como $r \rightarrow \infty$.

En los presentes experimentos hay un radio de velocidad tangencial mínimo más allá del cual el campo de movimiento se aproxima a la rotación de cuerpos sólidos. El número de Reynolds puede definirse con la mínima velocidad tangencial v_{\min} y el radio r_{\min} en que ocurre, como

$$Re = \frac{v_{\min} r_{\min}}{\nu} \approx \frac{\omega r_{\min}^2}{\nu}$$

donde ω es la frecuencia angular de rotación de la vasija y ν es la viscosidad cinemática. Para distinguirlo de las teorías arriba mencionadas y de muchos experimentos en que se toma en cuenta, Re es así un resultado de la configuración desarrollada de flujo más que una variable entrante controlada.

Se reconoce generalmente (Long, R. R., 1961; Lewellen, W. S., 1962) que las condiciones al extremo de la frontera tienen significación crítica en la dinámica de vórtices del tipo considerado ahora, pero no resuelven el problema del flujo a la frontera. La consideración teórica más pertinente es de G. I. Taylor (1950) y J. C. Cooke (1952) que consideraban al flujo circular en un embudo finito convergente. Para un ángulo de embudo de 180° , las soluciones aproximadas obtenidas se relacionan con el vórtice de flujo irrotacional sobre una placa circular finita estacionaria, que probablemente se asemeja al flujo en esos vórtices. Ambos desarrollos derivan del método de aproximación de Pohlhausen, pero de maneras diferentes. Sobre casi toda el área de la placa las dos soluciones son similares, aunque difieren bastante radicalmente en la importante región cercana al centro. Sin embargo, ambas muestran fuerte flujo convergente en la capa limitante, con un transporte máximo proporcional a $R\sqrt{\nu K}$, donde K es la circulación del vórtice y R es el radio exterior de la placa. Para nuestro problema podremos reemplazar K y R por $v_{\min} r_{\min}$ y r_{\min} , respectivamente. Por datos de observación creemos que gran parte del flujo de entrada total se hace en la capa limitante.

Las dificultades del tratamiento analítico de la dinámica del vórtice sugieren el uso de métodos numéricos de diferencias finitas para una solución, aunque también la capa limitante es un fuerte tropiezo. Ya que su espesor típicamente es de tres órdenes de magnitud menor que la altura total del vórtice, es deseable aplicar una transformación de

velocities, but as yet no complete sets of data are available.

At the present time no adequate theoretical treatment of these convective vortices exists. Gutman's (1957) theoretical solution for a vortex in an adiabatically unstable gas is very interesting but ignores the lower boundary frictional effects. Long's (1961) treatment is apparently inappropriate for somewhat similar reasons. In addition, these models and those by Rott (1958), Lewellen (1962) and others generally require an irrotational vortex as an outer radial boundary condition, i.e. $\omega r \rightarrow$ constant as $r \rightarrow \infty$.

In the present experiments there is a radius of minimum tangential velocity, beyond which the motion field approaches solid-body rotation. The Reynolds number may be defined from this minimum tangential velocity v_{\min} and the radius r_{\min} on which it occurs, i.e.

where ω is the angular frequency of rotation of the vessel and ν is the kinematic viscosity. In distinction to the above-mentioned theories and most of the experiments to which they pertain, Re is here a result of the developed flow pattern rather than a controlled input variable.

It is generally recognized (Long, R. R., 1961; Leweller, W. S., 1962) that the end boundary conditions are of critical significance in the dynamics of vortices of the type considered here, but the boundary flow problem has not been solved. The most pertinent theoretical approaches are those of G. I. Taylor (1950) and J. C. Cooke (1952), who considered swirling flow in a finite convergent nozzle. For a nozzle angle of 180° the approximate solutions obtained relate to irrotational vortex flow over a stationary finite circular plate, which is probably similar to the flow in these vortices. The two developments both use the Pohlhausen approximation method but in somewhat different ways. Over most of the plate area the two solutions are similar, but they differ rather radically in the important region close to the center. Both, however, show strongly convergent flow in the boundary layer, with a maximum transport proportional to $R\sqrt{\nu K}$, where K is the vortex circulation and R is the outer radius of the plate. For our problem we may replace K and R by $v_{\min} r_{\min}$ and r_{\min} respectively. From observational evidence we believe that a large part of the total inflow occurs in the boundary layer.

The difficulties of analytic treatment of the vortex dynamics suggest the use of numerical finite difference methods of solution. Here again, however, the boundary layer is a stumbling block. Since its thickness is typically three orders of magnitude less than the total vortex height, it is desirable to apply a coordinate transformation to expand the

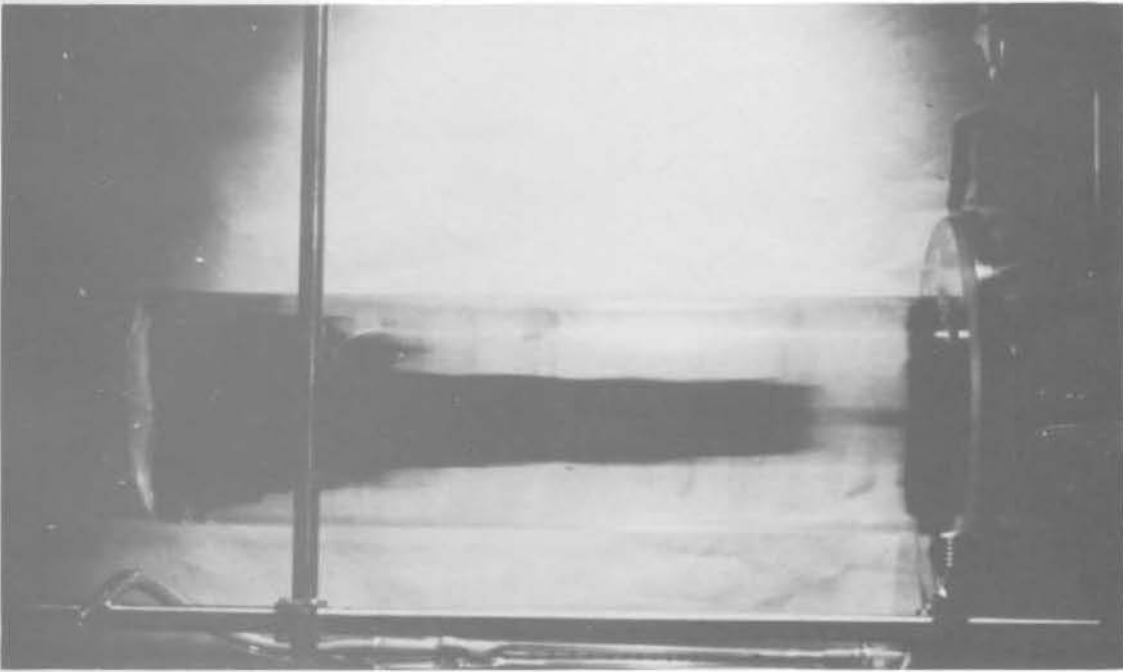


Fig. 4—Porciones de las ramas ascendente y descendente de la circulación convectiva más visibles por introducción del colorante.

Fig. 4—Portions of the upward and downward branches of the convective circulation made more visible by dye introduction.

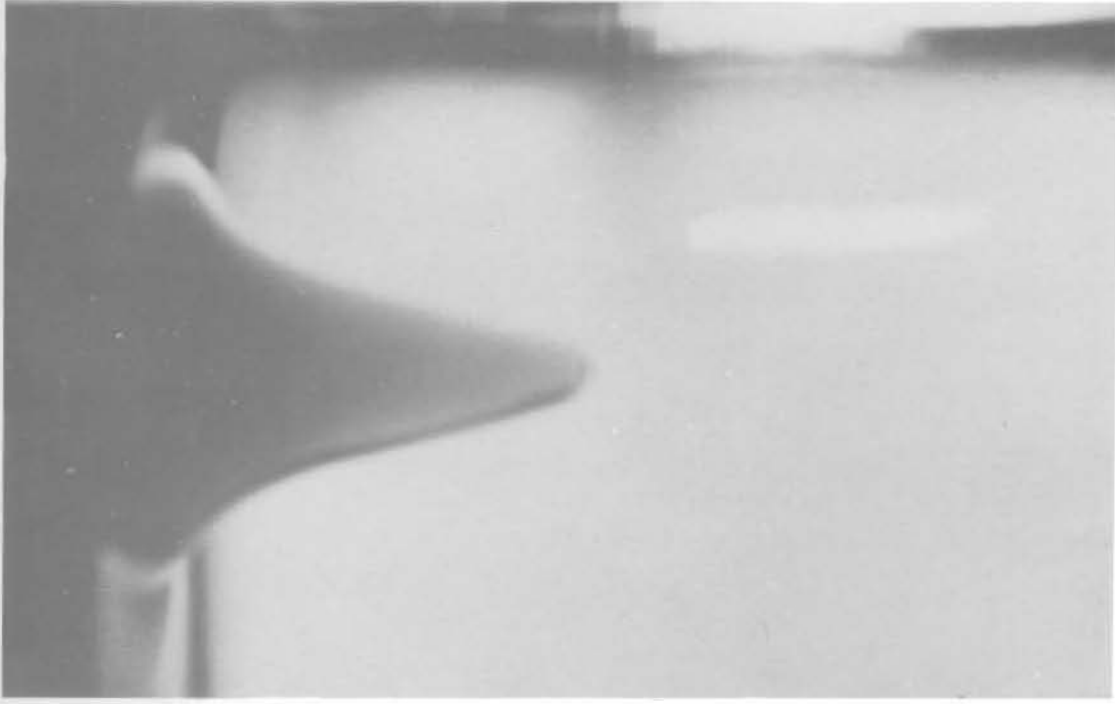


Fig. 5—Perfil típico de interfase de un vértice moderadamente fuerte en kerosina sobre agua.

Fig. 5—Typical interface profile of a moderately strong vortex in kerosene over water.

coordenadas para aumentar la resolución de la retícula cerca de las fronteras. Tal modelo está ahora en desarrollo. Los experimentos de prueba iniciales se harán en flujos de vórtices isopícnicos con fuertes efectos a la frontera tales como vórtices en disolución transitoria que ocurren cuando una vasija contiene fluido en rotación de cuerpo sólido repentinamente suspendida.

Tratando de correlacionar los resultados de laboratorio y teóricos fragmentarios con vórtices atmosféricos —tornados, chubascos y trombas— es útil clasificar lo que desea saberse sobre fenómenos de vórtices. Primero, hay el problema de pronóstico estadístico: ¿en qué condiciones de ambiente pueden aparecer como forma de convección en lugar de o con formas menos intensas? y ¿con qué frecuencia e intensidad bajo condiciones favorables dadas? Segundo, tenemos el problema fenomenológico: ¿cuáles son los detalles energéticos y cinemáticos de la circulación rotacional y meridional? Es interesante notar que al contrario de la situación huracanada, el pronóstico de tornados es mejor que el conocimiento de su estructura dinámica. Los experimentos descritos antes se orientan principalmente a la investigación de detalles fenomenológicos y no tienen mucha importancia en el problema del pronóstico, pues las condiciones usadas son tales que un vórtice existe casi siempre en algún grado. No sucede así en la etapa de burbujeo quieto en los experimentos de agua carbonatada, pero en ellos casi no hay control o medición del índice de burbujeo.

Se cree que los vórtices experimentales se parecen bastante a los naturales para dar cierto entendimiento, aunque deben hacerse algunas reservas para importantes diferencias en escala y medio. La estabilización por rotación de una pluma fija en ascenso claramente se demuestra en los experimentos y debe ser importante en trombas y probablemente en vórtices más intensos también, aunque tal efecto no se mantiene al invertirse. Una corriente fría descendente puede dispersarse por rotación, lo cual deja en duda cualquier intento para relacionarlas con tornados. El efecto de la capa limitante en vórtices de laboratorio es posiblemente menos inmediatamente transferible a los fenómenos meteorológicos por las diferencias entre dinámica laminar y turbulenta. En realidad, la capa atmosférica limitante es tal vez aún más dominante que en la vasija del laboratorio, ya que puede ser la única parte del vórtice en que se producen turbulencia y viscosidad. La convergencia y la rotación tienden a suprimir vórtices turbulentos en otras partes. El efecto de compresibilidad de la atmósfera puede probablemente despreciarse excepto en casos de tornados extremos, para los cuales Gutman propone una explicación de corrientes descendentes a bajo nivel con base en el enfriamiento de expansión del flujo de entrada.

No puede decirse que los experimentos ahora descritos hayan avanzado grandemente las fronteras del conocimiento, excepto en la mente de los experimentadores. Cierta grado de simplicidad y reproducibilidad existe en el vórtice de agua carbonatada que lo haría conveniente para demostraciones públicas y en clase. Por otra parte, el vórtice burbujeante forzado parece ofrecer más posibilidades para me-

grid resolution near boundaries. Such a model is currently being developed. Initial testing experiments will be on isopycnic vortex flows with strong boundary effects, such as the transient decaying vortex which occurs when a vessel containing fluid in solid body rotation is suddenly stopped.

In attempting to relate the laboratory and fragmentary theoretical results to atmospheric vortices — tornadoes, waterspouts, and dust-devils — it is useful to classify what we want to know about the vortical phenomena. First, there is the statistical forecast problem: in what environment conditions are they likely to appear as a form of convection in place of, or along with, less intense forms, and with what frequency and intensity under given favorable conditions? Secondly, we have the phenomenological problem: what are the kinematic and energetic details of the rotational and meridional circulation? It is interesting to note that, in contrast to the hurricane situation, the forecasting of tornadoes is better known than their dynamic structure. The experiments described above are addressed principally toward investigating the phenomenological details. They do not bear much relevance to the forecast problem, as the conditions used are such that a vortex is nearly always present to some degree. This is not true in the quiescent bubbling stage of the carbonated water experiments, but here there is almost no control or measurement of the bubbling rate.

It is believed that the experimental vortices bear sufficient resemblance to natural ones to lead to certain insights, although reservations must be made for important differences in scale and medium. The stabilization by rotating of a rising buoyant plume is clearly demonstrated in the experiments and must be important in dust-devils and probably in the more intense vortices as well. This effect is not maintained in a buoyancy reversal. A cold downdraft must be scattered by rotation, which makes any attempt to relate tornadoes to downdrafts extremely questionable. The effect of the boundary layer on the laboratory vortices is perhaps less immediately transferable to the meteorological phenomena, because of the difference between laminar and turbulent dynamics. Actually the atmospheric boundary layer is probably even more dominant than that in the laboratory vessel because it may be the only part of the vortex where turbulence and eddy viscosity is produced. Elsewhere the convergence and rotation tend to suppress turbulent eddies. The effect of compressibility of the atmosphere can probably be neglected except in the case of extreme tornadoes, for which Gutman proposes an explanation of low-level downdrafts based on expansion cooling of the inflow.

It cannot be claimed that the experiments described above have yet greatly advanced the frontiers of knowledge, except in the mind of the experimenters. There is a degree of simplicity and reproducibility to the carbonated water vortex which should make it suitable for class and public demonstrations. The forced bubbling vortex, on the other hand, appears to offer more possibilities for quantitative measure-

didadas cuantitativas bajo condiciones y características de fluido variables. Parece que los flujos internos y a la frontera bastante idealizados en tales vórtices no pueden obtenerse fácilmente por métodos analíticos o numéricos y por supuesto, debe esperarse que cualquier caso atmosférico tenga mayor complejidad. La comparación del resultado de laboratorio con fenómenos atmosféricos es afectada corrientemente por falta de adecuados datos de observación.

ment under varying conditions and fluid characteristic. It appears that the internal and boundary flows in even these rather idealized vortices cannot easily be obtained by analytic or numerical methods, and of course any atmospheric case could be expected to exhibit greater complexity. Comparison of the laboratory results with atmospheric phenomena is currently hindered by the lack of adequate observational data.

BIBLIOGRAFIA

- COOKE, J. C. 1952. On Pohlhausen's Method with Application to a Swirl Problem of Taylor. *Jour. Aero. Sci.*, 19:486-490.
- GUTMAN, L. N. 1957. Theoretical Model of a Waterspout. *Akad. Nauk. CCCP, Geof. Ser.*, 1:87-103 (en ruso) (in russian).
- LEWELLEN, W. S. 1962. A Solution for Three-Dimensional Vortex Flows with Strong Circulation. *Jour. Fluid. Mech.*, 11:420-432.
- LONG, R. R. 1961. A Vortex in an Infinite Viscous Fluid. *Jour. Fluid Mech.*, 11: 611-624.
- ROTT, N. 1958. On the Viscous Core of a Line Vortex. *Zeitschr. Angew Math. Phys.*, 9:543.
- TAYLOR, G. I. 1949. The Boundary Layer in the Converging Nozzle of a Swirl Atomizer. *Quart. Jour. Mech. and Applied Math.*, 3:129-139

BIBLIOGRAPHY