

GEOFISICA INTERNACIONAL

REVISTA DE LA UNIÓN GEOFÍSICA MEXICANA, AUSPICIADA POR EL INSTITUTO DE GEOFÍSICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Director: Ismael Herrera

Subdirector: Manuel Maldonado-Koerdell

Vol. 7

México, D. F. 1o. de Abril de 1967

Núm. 2

EVIDENCIA SISMICA Y CONEXA SOBRE LA ESTRUCTURA DEL MANTO SUPERIOR DE LA TIERRA

K. E. BULLEN *

RESUMEN

Se presenta una revisión de la evidencia sismológica y conexa sobre densidad, incompresibilidad y rigidez en los 1,000 Km exteriores de la Tierra. Antes se sintetiza esa evidencia, abarcando datos de los modelos A' , A y B de la Tierra del autor, con especial referencia a fuentes de incertidumbre. También se considera la reciente evidencia de ondas sísmicas del cuerpo y superficie, la reciente reducción en el momentum de inercia de la Tierra estimado y los datos de oscilación libre esferoidal y torsional de la Tierra. Se hace referencia al actual trabajo de Bullen y Haddon, relativa a gradientes de densidad menores que los normales y a velocidades S reducidas en el manto superior, así como a un mayor radio del núcleo.

INTRODUCCION

Este trabajo se apoya en la contribución del autor a un Simposio de problemas del Manto Superior celebrado en la reunión de la Asociación Australiana y Neo-Zelandesa para el Avance de la Ciencia en Melbourne, en Enero de 1967. Principalmente se refiere a cuestiones de variación de la densidad ρ , presión p y propiedades elásticas entre la discontinuidad de Mohorovičić y una profundidad del orden de 1,000 Km bajo la superficie de la Tierra. La evidencia que debe tomarse en cuenta incluirá datos sísmicos, datos sobre momento de inercia de la Tierra y evidencia conexa.

Serán resumidos los trabajos anteriores (Bullen, 1936, 1940, 1942) que dan valores de ρ , p , incompresibilidad k , rigidez μ e intensidad gravitacional g a través de casi todo el interior de la Tierra. Con algunos otros trabajos posterior-

* Universidad de Sydney, Australia.

SEISMIC AND RELATED EVIDENCE ON THE STRUCTURE OF THE EARTH'S UPPER MANTLE

K. E. BULLEN *

ABSTRACT

A survey is given of seismological and related evidence on the density, incompressibility and rigidity in the outermost 1,000 Km of the Earth. Earlier evidence, including reference to the writer's Earth models A' , A and B , is summarized with special reference to sources of uncertainty. Consideration is given to recent evidence from bodily and surface seismic waves, the recent reduction in the estimated moment of inertia of the Earth, and free Earth spheroidal and torsional oscillation data. Reference is made to current work of Bullen and Haddon which points to density gradients less than normal and to reduced S velocities in the upper mantle as well as to a larger radius for the core.

INTRODUCTION

This paper covers the contribution of the writer to a Symposium on Upper Mantle problems held at the meeting in Melbourne in January 1967 of the Australian and New Zealand Association for the Advancement of Science. The paper is principally concerned with questions of the variation of the density ρ , pressure p and elastic properties between the Mohorovičić discontinuity and a depth of order 1,000 Km below the Earth's surface. The evidence to be taken into account will include seismic data, data on the moment of inertia of the Earth and related evidence.

Earlier work (Bullen, 1936, 1940, 1942) giving values of ρ , p , the incompressibility k , the rigidity μ and the gravitational intensity g throughout most of the Earth's interior will first be summarized. Along with some later work (Bul-

* University of Sydney, Australia.

res (Bullen, 1949a, 1950), los resultados fueron incorporados en dos tipos de modelos de la Tierra, *A*, y *B*, que han formado la base de gran número de investigaciones subsecuentes. En todo ese estudio se han usado mucho (entre otras cosas) las tablas de tiempo de traslado sísmico J. B. (Jeffreys y Bullen, 1940). Se hará referencia especial a fuentes de incertidumbre de resultados numéricos y a órdenes de magnitud de las incertidumbres. Después se resumirán las modificaciones que parecen indicadas según evidencia más reciente.

Uno de los rasgos menos satisfactorios del Proyecto del Manto Superior ha sido una tendencia (que afortunadamente se corrige ahora) a divorciar los problemas del manto superior de otros del resto de la Tierra, lo que causa que se distraiga la atención de necesarios estudios complementarios del interior más profundo de la Tierra. A lo largo de este trabajo quedará implícita la importancia de estudios del manto superior al considerar la mecánica de la Tierra como un todo.

Las tablas J. B. se concentraban a las ondas sísmicas del cuerpo. Adelantos en el registro sísmico desde 1940 y desarrollos matemáticos conjuntos hacen ahora posible aplicar pruebas importantes a base de otra evidencia sísmica, incluyendo datos de ondas de superficie y observaciones de oscilaciones fundamentales de toda la Tierra, por ejemplo, las observadas en el temblor de 1960 en Chile. Caracteriza a la reciente sismología haber extendido grandemente el espectro de ondas sísmicas que pueden medirse, habiéndose cerrado el hiato entre los períodos de ondas de superficie y del cuerpo, más cortas y los períodos de algunas horas de mareas de la Tierra.

Evidencia adicional ha venido últimamente del análisis de órbitas de satélites artificiales. Dichos análisis han forzado a una revisión del momento de inercia de la Tierra estimado, con repercusiones sobre la distribución de la densidad interna estimada. También afectan los cálculos sobre la estructura del manto superior algunas nuevas sugerencias sobre el radio del núcleo central de la Tierra.

EL MANTO SUPERIOR DESCRITO EN LOS MODELOS *A* y *B*

Las tablas J. B. se refieren a una Tierra con modelo simétrico esféricamente que se considera tener correspondencia específica con la Tierra real no-simétrica. Por ello, los tiempos de traslado T en las tablas son tiempos para temblores medios (en cierta manera) expresados en términos de distancias angulares Δ entre los extremos finales de radios sin referencia a dependencia azimutal. Las correcciones debidas a la elipticidad de figura de la Tierra están disponibles en otras tablas (Bullen, 1937-38).

Las tablas J. B. rinden así valores de las velocidades α y β de ondas sísmicas P y S del cuerpo como funciones de la profundidad z en el manto y de α en el núcleo central (Jeffreys, 1939). Los modelos de tipos *A* y *B* de la Tierra son también simétricos esféricamente.

len, 1949a, 1950), the results were incorporated in two types of Earth models, *A* and *B*, which have formed the basis of a large number of subsequent investigations. In all this work, much use was made (among other things) of the J. B. seismic travel-time tables (Jeffreys and Bullen, 1940). Special reference will be made to sources of uncertainty in the numerical results, and to the orders of magnitude of the uncertainties. Modifications that seem to be indicated on more recent evidence will then be sketched.

One of the less satisfactory features of the Upper Mantle Project has been a tendency (fortunately now being corrected) to divorce the problems of the upper mantle from those of the rest of the Earth, resulting in some distraction of attention from needed complementary studies of the Earth's deeper interior. Throughout this paper, the importance to upper mantle studies of considering the mechanics of the Earth as a whole will be implicit.

The J. B. tables were centrally concerned with bodily seismic waves. Improvements in seismic recordings since 1940, and accompanying mathematical developments, now make it possible to bring important checks to bear from other seismic evidence, including surface wave data and observations of the fundamental oscillations of the whole Earth, as observed in the 1960 Chilean earthquake, for example. A feature of recent seismology has been a great extension in the spectrum of seismic waves that can be measured, the gap between the bodily and the shorter surface wave periods and Earth tidal periods of some hours having now been closed.

Additional evidence has lately come from analyses of artificial satellite orbits. The analyses have forced a revision of the Earth's estimated moment of inertia, with repercussions on the estimated internal density distribution. New suggestions on the radius of the Earth's central core also affect calculations on upper-mantle structure.

THE UPPER MANTLE AS DEPICTED IN MODELS *A* AND *B*

The J. B. tables relate to a spherically symmetrical model Earth which is defined to have a specific correspondence with the real non-symmetrical Earth. The travel times T in the tables are thus the times for an average earthquake (in a certain sense); they are expressed in terms of the angular distances Δ between the end points of rays, without reference to dependence on azimuth. Corrections due to the Earth's ellipticity of figure are available in separate tables (Bullen, 1937-38).

The J. B. tables thus yield values of the seismic P and S bodily wave velocities α and β as functions of the depth z in the mantle, and of α in the central core (Jeffreys, 1939). The Earth models of *A* and *B* types are likewise spherically symmetrical.

Una teoría sismológica suficiente para nuestros propósitos (Bullen, 1965), da

$$\alpha^2 = (k + 4\mu/3)/\rho, \quad \beta^2 = \mu/\rho \quad (1)$$

de modo que las tablas J. B. también rinden valores de k/ρ y μ/ρ en el manto y de k/ρ en el núcleo exterior (donde evidencia independiente muestra que μ/k es muy pequeña).

En 1940-2, el autor introdujo la notación A, B, C, \dots para regiones internas de la Tierra, que corresponden a intervalos en que ocurren cambios significantes en los valores J. B. de k/ρ y μ/ρ o sus gradientes. La corteza es región A . El manto superior incluye convencionalmente la región B entre la corteza y casi 400 Km de profundidad y la región C entre 400 y 1,000 Km. El manto inferior consiste de D' entre 1,000 y 2,700 Km y D'' entre 2,700 y 2,900 Km (Bullen, 1950). Esta nomenclatura, que se ha usado ampliamente, continúa siendo útil, aunque como se verá se requieren algunas enmiendas para delinear las regiones del manto superior (tanto como otras).

Dentro de la región B , los valores J. B. de k/ρ y μ/ρ aumentan linealmente con z . En el límite $B-C$ los gradientes aumentan repentinamente y luego disminuyen gradualmente hasta normalizarse en el límite $C-D'$.

En toda la construcción de los modelos de tipo A , k/ρ y μ/ρ se trataron como determinadas observacionalmente usándose los valores J.B. El modelo A' se postuló como teniendo el valor mínimo permisible, 12.3 g/cm³ para la densidad central ρ_0 . El modelo A tiene $\rho_0 = 17.3$ g/cm³. Los modelos de tipo A son casi todos idénticos en el manto superior. El problema en la construcción de modelos consistió en tener un método conveniente para separar ρ de k/ρ y μ/ρ .

Los modelos de tipos A y B suponen 3.32 g/cm³ para la densidad P_0 en la cima de la región B . En los modelos de tipo A , la ecuación de Williamson-Adams fue usada en toda la región B , tratándose como libre de composición significativa, cambios de fase y divergencias de un grandiente de temperatura adiabático. En la región B de tales modelos, la densidad calculada varía de 3.32 a 3.64 g/cm³; k de 1.2 a 2.3×10^{12} din/cm²; μ de 0.6 a 0.9×10^{12} din/cm² y el cociente de Poisson σ de 0.27 a 0.28 (para detalles, ver Bullen, 1965, Capítulo 13).

Para la región C , el autor descartó la ecuación de Williamson-Adams después de demostrar que los cambios de fase o composición ocurren casi ciertamente en C . Los errores de ρ , k y μ calculados en la región C para modelos de tipo A derivan principalmente de errores de los datos sísmicos en α y β más que del procedimiento formal seguido. En el modelo A' ρ , varía de 3.64 a 4.65 g/cm³ dentro de C ; k de 2.3 a 3.6×10^{12} din/cm² y μ de 0.9 a 1.9×10^{12} din/cm². En el Modelo A los valores son sólo ligeramente diferentes.

Un segundo tipo de modelo, el Modelo B (Bullen, 1946, 1950), se basaba en consideraciones de compresibilidad y presión. Un postulado importante era que desde 1,000 Km al centro, k y dk/dp varía suavemente con p . Los datos sísmicos

A sufficient seismological theory for present purposes (Bullen, 1965) gives

so that the J. B. tables also yield values of k/ρ and μ/ρ in the mantle and of k/ρ in the outer core (where independent evidence shows μ/k to be small).

In 1940-2, the writer introduced the notation A, B, C, \dots for internal regions of the Earth, corresponding to levels at which significant changes occur in the J. B. values of k/ρ and μ/ρ or their gradients. The crust is region A . The upper mantle conventionally includes the region B which goes from the crust to about 400 Km depth, and the region C from 400 to 1,000 Km. The lower mantle consists of D' from 1,000 to 2,700 Km, and D'' from 2,700 to 2,900 Km (Bullen, 1950). This nomenclature, which has been widely followed, continues to be useful though, as will be seen, some amendments may be required in delineating the regions of the upper mantle (as well as elsewhere).

Inside the region B , the J. B. values of k/ρ and μ/ρ increase linearly with z . At the $B-C$ boundary the gradients suddenly increase, and then gradually diminish until normal gradients are resumed at the $C-D'$ boundary.

Throughout the construction of the models of A type, k/ρ and μ/ρ were treated as observationally determined and the J. B. values used. Model A' was postulated to have the minimum permissible value, 12.3 g/cm³, for the central density ρ_0 . Model A has $\rho_0 = 17.3$ g/cm³. The A -type models are all nearly identical in the upper mantle. The problem in constructing the models was to devise a suitable method of separating ρ from k/ρ and μ/ρ .

The models of both A and B types all assume 3.32 g/cm³ for the density ρ_1 at the top of the region B . In the A -type models, the Williamson-Adams equation was used throughout the region B , which was thus treated as free from significant composition and phase changes and departures from an adiabatic temperature gradient. In the region B of these models, the calculated density ranges from 3.32 to 3.64 g/cm³; k from 1.2 to 2.3×10^{12} dyn/cm²; μ from 0.6 to 0.9×10^{12} dyn/cm²; and Poisson's ratio σ from 0.27 to 0.28. (For details, see Bullen, 1965, Chapter 13.)

For the region C , the writer discarded the Williamson-Adams equation, having first shown that changes of phase or composition almost certainly occur in C . Errors in the calculated ρ , k and μ in the region C for A -type models are expected to arise principally from errors in the seismic data on α and β rather than from the formal procedure followed. In Model A' , ρ ranges from 3.64 to 4.65 g/cm³ inside C ; k from 2.3 to 3.6×10^{12} dyn/cm² and α from 0.9 to 1.9×10^{12} dyn/cm². In Model A , the values are only slightly different.

A second type of model, Model B (Bullen 1946, 1950), was based on considerations of compressibility and pressure. A central postulate was that, from 1,000 Km to the centre, k and dk/dp vary smoothly with p . The seismic data

micos sobre k/ρ y μ/ρ fueron usados abajo de una profundidad de 1,000 Km pero no arriba. Aunque el modelo *B* se basaba casi en consideraciones bajo profundidad de 1,000 Km, hubo grandes diferencias resultantes del Modelo *A* en el manto superior. En particular, la densidad media del manto superior fue apreciablemente superior en el Modelo *B*; la densidad a 100 Km de profundidad en el Modelo *B* era 3.9 contra 3.4 g/cm³ en el Modelo *A*. Estas diferencias se debieron o resultaron del postulado de compresibilidad, tomando en cuenta el valor indicado en ese tiempo para el momento de inercia de la Tierra *I*. El Modelo *B* tenía otras interesantes propiedades, incluyendo un núcleo interno sólido (Bullen, 1946, 1950, 1958).

Las diferencias entre los Modelos *A* y *B* en el manto superior tenían interés en varios aspectos. La creciente evidencia sísmica (véase después) sugería que la profundidad del límite *B-C* era demasiado grande y que en tal sentido, parecía deseable un cambio del Modelo *A* al *B*. La mayor densidad del manto superior del Modelo *B* tenía también ventajas para ciertas teorías (Ramsey, 1948, Bullen, 1949b) para la constitución interna del planeta terrestre.

Probablemente la mayor importancia del Modelo *B* consistía en proporcionar una valiosa alternativa para el Modelo *A* al comprobar teorías particulares del interior de la Tierra. En casi todas las profundidades, las diferencias de valores de ρ , k y μ entre ambos modelos son del mismo orden de las incertidumbres y en ambos modelos se postulan valores para mantener una Tierra real. Aunque el Modelo *B* pueda necesitar ahora enmiendas substanciales (véase después) están desarrollándose trabajos (Bullen y Haddon, 1967) que pueden guiar de modo importante hacia una comparación de ciertas propiedades de los Modelos *A* y *B* originales.

FUENTES DE INCERTIDUMBRE AL ESTIMAR k/ρ Y μ/ρ EN EL MANTO SUPERIOR

Las fuentes de incertidumbre en los valores k/ρ y μ/ρ han sido estimadas como bastante complejas en el Manto Superior. Si el manto superior fuera una región con gradientes de velocidad *P* y *S*, seguramente "normales" la riqueza de datos sobre tiempo de llegada sísmicos ahora disponibles proporcionaría valores confiables de k/ρ , μ/ρ y de sus gradientes. Pero, aunque no sepamos mucho sobre el manto superior, sí sabemos que los gradientes de velocidad no son normales en todo el manto, siendo una temprana manifestación la evidencia relativa a la "discontinuidad de 20°" (Bullen, 1965).

Cuando menos, parece haber cambios bastante abruptos en α y β en sus gradientes en uno o más niveles del manto superior. Tal situación requiere que parte de la curva de tiempo de traslación (*T*, Δ) sea triplicada para contener un asa con dos salientes (Bullen, 1965, p. 115). Si los tiempos *T* fueran conocidos con precisión sobre la totalidad del asa, entonces las velocidades podrían deducirse exactamente para toda la amplitud de profundidad conocida. Desde luego,

on k/ρ and μ/ρ were used below, but not above, 1,000 Km depth. Although Model *B* was largely determined from considerations below 1,000 Km depth, there were large resulting differences from Model *A* in the upper mantle. In particular, the average density in the upper mantle was appreciably greater in Model *B*; the density at 100 Km depth in Model *B* was 3.9 as against 3.4 g/cm³ in Model *A*. These differences arose as a consequence of the compressibility postulate, taking account of the value indicated at the time for the Earth's moment of inertia *I*. Model *B* had other interesting properties, including a solid inner core (Bullen 1946, 1950, 1958).

The differences between Models *A* and *B* in the upper mantle proved to be of interest in several respects. The growing seismic evidence (see later) was suggesting that the depth of the *B-C* boundary was too great and that, in this respect, a shift from Model *A* toward Model *B* was desirable. The higher upper-mantle density of Model *B* was also of some advantage in certain theories (Ramsey 1948, Bullen 1949b) of the internal constitution of the terrestrial planets.

Probably the chief importance of Model *B*, however, has been in providing a valuable alternative to Model *A* in testing particular theories of the Earth's interior. At most depths, the differences in the values of ρ , k and μ between the two models are of the same order as the uncertainties, and between them the models approximately straddle the values likely to hold in the real Earth. Even though Model *B* may now need substantial amendment (see later), work being currently carried out (Bullen and Haddon, 1967) has received important guidance from a comparison of certain properties of the original Models *A* and *B*.

SOURCES OF UNCERTAINTY IN ESTIMATING k/ρ AND μ/ρ IN THE UPPER MANTLE

The sources of uncertainty in values of k/ρ and μ/ρ that have been estimated for the upper mantle are fairly complex. If the upper mantle were a region of assured "normal" *P* and *S* velocity gradients, the wealth of seismic arrival-time data now available would be expected to yield closely reliable values of k/ρ , μ/ρ and their gradients. But whatever we do not know about the upper mantle, we do know that the velocity gradients are not normal throughout the upper mantle, evidence connected with the "20° discontinuity" (see Bullen, 1965) being an early manifestation.

At the very least, there appear to be fairly abrupt changes in α and β or their gradients at one or more levels inside the upper mantle. Such a situation requires part of the travel-time (*T*, Δ) curve to be triplicated and to contain a loop with two cusps (Bullen, 1965, p. 115). If the times *T* were known precisely over the whole loop, then the velocities could be deduced precisely for the whole range of depth involved. In practice, of course, no empirical curve is

en la práctica, no hay curva empírica determinada con precisión, aplicándose lo mismo a los valores de velocidad deducidos. La parte de la curva que corresponde a las primeras llegadas en los sismogramas se observa bien usualmente y las incertidumbres en ella no son serias. Pero el asa está asociada con llegadas posteriores cuya medición exacta siempre ha sido difícil. Especialmente puede haber gran dificultad para localizar las salientes que no pueden asociarse con grandes amplitudes (Bullen, 1960). Así pues, una anomalía tal como la discontinuidad de 20° origina fuertes bajas de precisión para determinar α y β en algunos niveles de profundidad. Tampoco es fácil estimar las magnitudes de las incertidumbres, que se acentuaron en el proceso matemático donde α y β fueron deducidos. Aún si las primeras llegadas pudieron considerarse como bien conocidas, la profundidad estimada de la discontinuidad de 20° podría aún ser incierta por 50 Km o más.

Una segunda fuente de incertidumbre es la posible presencia de una "capa de baja velocidad" en el manto superior, largamente sostenida por Gutenberg (1959) y ahora apoyada a lo menos respecto a la velocidad de S por otros muchos sismólogos. Si α o β fueran a reducirse a alguna profundidad o un índice de decremento en profundidad tal que $dv/dr > v/r$ (v = velocidad, r = distancia al centro), no sería posible deducir una distribución de velocidad única de la curva $T-\Delta$ aún si la curva total se hubiese determinado con precisión. Esta segunda fuente de incertidumbre puede reducirse solamente al aportar evidencia adicional con base en datos de ondas del cuerpo.

Además, la presencia de una u otra anomalía en los tipos mencionados puede enmascarar la presencia de otras anomalías a mayores profundidades, lo que complica más la determinación de α y β .

Parece bien establecido desde 1944 (véase Jeffreys, 1947) que la velocidad J.B. P_n (justamente la velocidad bajo la corteza) está excedida en algunas áreas geográficas a lo menos en 0.2 a 0.3 Km/seg y similarmente S_n . Sólo este hallazgo requiere que los valores J.B. de $d\alpha/dz$ y $d\beta/dz$ serán reducidos por alguna distancia bajo la corteza en algunas áreas.

También quedó bien establecido que las velocidades del manto superior difieren significativamente en diversas áreas geográficas hasta profundidades tan grandes como 400-500 Km, agregando otra complicación.

Todavía en otras áreas parece que se establece un fuerte ángulo más cerca de 15° que de 20° en las curvas de tiempo de llegada. También hay alguna evidencia respecto a que existen dos ángulos similares en las curvas para el manto superior.

El resumen de esta sección es que dentro del manto superior, $d\alpha/dz$ y $d\beta/dz$ deben considerarse como grandemente inciertos y que la ecuación de Williamson-Adams ya no puede ser confiablemente aplicada para determinar $d\rho/dz$ (véase también Evidencia de Oscilaciones).

ever precisely determined, and the same applies to the deduced velocity values. The part of the curve which corresponds to first arrivals on seismograms is usually well observed, and the uncertainties in it are not usually serious. But the loop is associated with later arrivals which have been notoriously difficult to measure accurately. There can be specially great difficulty in locating the cusps, which may or may not be associated with large amplitudes (Bullen, 1960). Thus an abnormality such as the 20° discontinuity results in severe loss of precision in determining α and β over some range of depth. It is not even easy to estimate the magnitudes of the uncertainties, which are accentuated in the mathematical processes whereby α and β are deduced. Even if the first arrivals could be assumed known precisely, the estimated depth of the 20° discontinuity could still be uncertain by 50 Km or more.

A second source of uncertainty is the possible presence of "low velocity layers" in the upper mantle, long advocated by Gutenberg (1959), and now supported, at least in respect of the S velocity, by many other seismologists. If α or β were to undergo a sudden reduction at some depth, or a rate of decrease with depth such that $dv/dr > v/r$ (v = velocity, r = distance from centre), it would not be possible to deduce a unique velocity distribution from the $T-\Delta$ curve even if the whole curve were precisely determined. This second source of uncertainty can be reduced only by bringing to bear evidence additional to that from bodily wave data.

Furthermore, the presence of an abnormality of one of the above types can mask the presence of further abnormalities at lower depths, thus further complicating the determination of α and β .

As early as 1944, it became well established (see Jeffreys, 1947) that the J. B. P_n velocity (the velocity just below the crust) is exceeded in some geographical areas by at least 0.2 to 0.3 Km/sec, and similarly with S_n . This finding alone requires the J. B. values of $d\alpha/dz$ and $d\beta/dz$ to be reduced for some distance below the crust in some areas.

It is now also well established that the upper-mantle velocities differ significantly, under different geographical areas, down to depths as great as 400-500 Km depth, adding yet another complication.

Again in some areas, a sharp bend in the travel-time curves appears to set in nearer 15° than 20° . There is also some evidence for the presence of two such bends in the curves for the upper mantle.

The summary of this section is that, inside the upper mantle, $d\alpha/dz$ and $d\beta/dz$ must be regarded as considerably uncertain, and the Williamson-Adams equation can no longer be reliably applied to determining $d\rho/dz$. (See also under Evidence from Free Earth Oscillations.)

Al mismo tiempo debe notarse que las incertidumbres en α y β mismas son muy pequeñas (no más que casi 4%) a todas profundidades. Es en los cálculos relativos a los gradientes de k/ρ y μ/ρ que debe darse especial atención a las incertidumbres.

EVIDENCIA RECIENTE DE ONDAS DEL CUERPO

Usando datos más recientes que los J. B., Jeffreys (1952) pudo inferir una curva (T, Δ) casi rectilínea para P hasta 15° en la región europea, cuya inclinación era de 13.7 seg/grado, correspondiente a una velocidad P_n de 8.1 Km/seg. Había una fuerte inclinación de la curva después de 15° . Tomando en cuenta esa y otra evidencia, Lehmann (1954) estimó una profundidad del orden de 200 Km para el primer incremento fuerte en $d\alpha/dz$ bajo la corteza. Gutenberg (1953) también sugirió fuertes gradientes de velocidad cerca de la profundidad de 200 Km. El autor (1961) usó una detallada teoría de rayos para mostrar que también los datos permitirían una discontinuidad en $d\alpha/dz$ aún más alta que la profundidad de 200 Km. Las últimas estimaciones de Lehmann (1962) llevan a 215 Km.

Sin embargo, Jeffreys (1962) ha reportado que la curva de tiempos de llegada de P en la región del Pacífico continúa mostrando su primera inclinación marcada más cerca de 20° que de 15° . Aún así, la profundidad de la discontinuidad correspondiente en α estaría probablemente a menos de 400 Km en vista del gradiente revisado cerca de la corteza.

Al presente, el balance de probabilidad no favorece la capa de baja velocidad de Gutenberg para las ondas P . Pero, existe apoyo considerable para velocidades S a profundidades entre 100 a 150 Km. La mayor evidencia proviene de estudios de ondas superficiales y oscilaciones libres de la Tierra. Un detallado estudio de ondas del cuerpo por Lehmann (1961) dio una capa de baja velocidad para S que principia a 120 Km de profundidad en el noreste de América y de $140/150$ Km en Europa. Si la evidencia para la existencia de velocidades reducidas de S es aceptada, el gradiente de rigidez puede estar debajo del normal para varias profundidades que suponen un gradiente de temperatura super-adiabático.

Niazi y Anderson (1965) usaron registros de 170 temblores tomados de las estaciones del dispositivo de Tonto Forest en Arizona para inferir cambios bastante abruptos en las curvas de tiempo P con $\Delta = 17^\circ$ y $\Delta = 24^\circ$. Un cálculo tentativo dio 320 y 640 Km para las profundidades en los cambios correspondientes en α . Un estudio de registros de explosiones nucleares de Carder (1965) dio $370-400$ y $630-650$ Km para profundidades en que α cambia fuertemente dentro del manto superior.

Otros resultados variables han sido dados por diversos autores y los estudios sobre ondas del cuerpo todavía no son concluyentes, principalmente por las dificultades mencionadas en la Sección 2. Lo más que puede decirse al presente es que las velocidades J.B. necesitan corrección, ya que a lo menos en algunas áreas geográficas existen anomalías en la velocidad P por encima de una profundidad de 400

At the same time, it needs to be noted that the uncertainties in α and β themselves are quite small (not more than about 4%) at all depths. It is in calculations involving the gradients of k/ρ and μ/ρ that special attention has to be given to the uncertainties.

RECENT EVIDENCE FROM BODILY WAVES

Using more recent data than the J. B., Jeffreys (1952) inferred a nearly rectilinear (T, Δ) curve for P up to 15° in the European region, the slope being 13.7 sec/deg, corresponding to a P_n velocity of 8.1 Km/sec. There was a sharp downward bend in the curve soon after 15° . Taking account of this and other evidence, Lehmann (1954) estimated a depth of order 200 Km for the first sharp increase in $d\alpha/dz$ below the crust. Gutenberg (1953) also suggested steepened velocity gradients near 200 Km depth. The writer (1961) used detailed ray theory to show that the data would permit a discontinuity in $d\alpha/dz$ even higher than 200 Km depth. Lehmann's latest estimate (1962) is 215 Km.

Jeffreys (1962) has reported that the P travel-time curve in the Pacific region, however, continues to show its first marked bend nearer 20° than 15° . Even so, the depth of the corresponding discontinuity in α would, in view of the revised gradient near the crust, probably be less than 400 Km.

At present, the balance of probability does not favour Gutenberg's low velocity layer for P waves. But there is considerable support for reduced S velocities between 100 and 150 Km depth. The strongest evidence comes from studies of surface waves and free Earth oscillations. A detailed bodily-wave study by Lehmann (1961) gave a low-velocity layer for S beginning at 120 Km depth in north-east America and $140-150$ Km in Europe. If the evidence for the existence of reduced S velocities is sustained, the rigidity gradient must be below normal for a range of depth, suggesting a super-adiabatic temperature gradient.

Niazi and Anderson (1965) used records of 170 earthquakes taken at the Tonto Forest array stations in Arizona to infer fairly abrupt changes in the P time curve at $\Delta = 17^\circ$ and $\Delta = 24^\circ$. A tentative calculation gives about 320 and 640 Km for the depths of the corresponding changes in α . A study by Carder (1965) of nuclear explosion records gives $370-400$ and $630-650$ Km as the depths at which α changes sharply inside the upper mantle.

A variety of other results have been given by other authors and the bodily-wave studies are still far from conclusive, principally because of the difficulties already stated on the upper mantle as depicted by Models *A* and *B*. The most that can be said at present is that the J. B. velocities need amending, that at least in some geographical areas abnormal behaviour in the P velocity sets is above a depth

Km y que $d\beta/dz$ es también algo menor de lo normal dentro de los 200 Km exteriores, pero que determinaciones recientes de k/ρ y μ/ρ , mientras que en algunos casos mejores las determinaciones J.B. todavía pueden tener errores comparables con las mismas tablas.

Aunque puede apreciarse cierta incertidumbre en los valores del manto superior para k/ρ y μ/ρ , es posible que pueda alcanzarse mayor precisión en el próximo futuro, con el uso de dispositivos de estaciones sísmicas. Nuevos procesos de filtraje pueden permitir la iniciación de pulsos medibles acertadamente después del primero, reduciendo así las incertidumbres correspondientes a esas en las curvas $T-\Delta$. El incremento de los datos sísmicos de explosiones nucleares también está eliminando incertidumbres.

EVIDENCIA DE ONDAS SUPERFICIALES

Las ondas sísmicas superficiales tienen amplitudes que disminuyen con la profundidad bajo la superficie de la Tierra. Mientras más largo es el período de la longitud de onda, más lento es el índice de disminución de la amplitud con la profundidad y mayor la variación y profundidad en que las propiedades del interior de la Tierra influyen sobre la dispersión de las ondas. Una regla de trabajo general es que las observaciones de ondas superficiales de longitud de onda l puede proporcionar información sobre el interior de la Tierra hasta una profundidad del orden $l/3$, con velocidades de 3 Km/seg. También proporcionan información sobre casi toda la región B las observaciones de ondas superficiales con período hasta de 400 seg.

La aplicación de datos de ondas de superficie a problemas de la subcorteza es ahora posible mediante técnicas introducidas en la última década, que han permitido medir confiablemente períodos más largos y también por el advenimiento de computadoras digitales que se ajustan a las complicadas matemáticas.

Las ondas de Rayleigh están usándose ampliamente para inferir decrementos en velocidades S según la profundidad en el manto superior. Uno de los más importantes estudios, el de Dorman, Ewing y Oliver (1960), presentaba un caso de capa de baja velocidad S ($\beta = 4.3$ Km/seg) entre profundidades de 6 y 220 Km (véase también Takeuchi, Press y Kobayashi, 1959). Dorman y sus colaboradores concluyeron también que la capa de baja velocidad es más somera bajo el Océano Pacífico que bajo áreas continentales. Según Aki y Press (1961), en vez de ser más somera, la capa podría estar asociada con una velocidad S menor bajo el Pacífico.

Sugestiones bastante similares (véase, por ej., Toksöz y Anderson, 1966) se desprenden de estudios de ondas de Love, aunque la concordancia con indicaciones de ondas de Rayleigh no es completa. Contribuye a las incertidumbres la escasez de datos del tipo de ondas de superficie necesarias para rutas continentales.

of 400 Km, that $d\beta/dz$ is at least somewhat lower than normal inside part of the outermost 200 Km, but that recent determinations of k/ρ and μ/ρ , while in some cases better than the J. B. determinations, are still likely to contain errors comparable with the J. B.

Although appreciable uncertainty thus remains in the upper mantle values of k/ρ and μ/ρ , it is possible that increased precision will be attainable in the near future with the use of seismic array stations. New filtering processes may enable the onsets of pulses after the first to be more reliably measured, thus reducing the uncertainties attaching to loops in the $T-\Delta$ curves. The growing body of seismic data from nuclear explosions is also helping to narrow the uncertainties.

EVIDENCE FROM SURFACE WAVES

Seismic surface waves have amplitudes diminishing with depth below the Earth's surface. The longer the wave length or period, the slower is the rate of diminution of amplitude with depth, and the greater the range of depth for which properties of the Earth's interior influence the dispersion of the waves. A rough working rule is that observations of surface waves of wave length l can supply information on the Earth down to a depth of order $l/3$. With velocities of 3 Km/sec, observations of surface waves of periods up to 400 sec can contribute information on most of the region B .

The application of surface-wave data to sub-crustal problems has become feasible through techniques introduced in the last decade which have enabled the longer periods to be reliably measured, and through the advent of digital computers to cope with the complicated mathematics.

Rayleigh waves have been extensively used to infer a diminution in S velocity with depth inside the upper mantle. One of the more important studies, that of Dorman, Ewing and Oliver (1960), presented a case for a low S velocity layer ($\beta = 4.3$ Km/sec) between 60 and 220 Km depth under oceans. (See also Takeuchi, Press and Kobayashi, 1959.) Dorman and his collaborators also concluded that the low-velocity layer is shallower under the Pacific ocean than under continental areas. According to Aki and Press (1961), the layer, instead of being shallower, might, however, be associated with a smaller S velocity under the Pacific.

Somewhat similar suggestions (see e.g. Toksöz and Anderson, 1966) arise from Love wave studies, though the agreement with the Rayleigh wave indications is by no means complete. A scarcity of the type of surface-wave data needed for continental paths contributes to the uncertainties.

Sin embargo, la generalidad de datos de ondas de superficie realmente favorecen valores más bajos de μ/ρ que los J. en los 200 Km exteriores del manto.

EFEECTO DE LA REVISION DEL MOMENTO DE INERCIA I DE LA TIERRA

El análisis de observaciones de satélites artificiales (Cool, 1963; Jeffreys, 1963) ha determinado una gran reducción inesperada al estimar el coeficiente γ donde $I = \gamma Ma^2$ y M y a son la masa y el radio de la Tierra. La reducción es de 0.3335 a 0.3309. Esa reducción tiene que aceptarse así, puesto que es la diferencia ($0.40 - \gamma$) que tiene importancia para determinar la distribución de densidad de la Tierra.

El cambio en γ tiene por efecto reducir las masas estimadas en el manto superior en los Modelos de tipos A y B , aumentando las masas estimadas del núcleo. Una de las consecuencias interesantes es que la incompresibilidad k se vuelve mucho más continua en la frontera manto-núcleo en Modelos de tipo A . El cambio en γ vuelve a tomarse en consideración en la siguiente Sección.

EVIDENCIA DE OSCILACIONES LIBRES DE LA TIERRA

Un nuevo instrumento para investigar la mecánica del interior de la Tierra quedó disponible cuando las oscilaciones libres fundamentales de la Tierra y sus acompañantes pudieron medirse confiablemente en períodos hasta de una hora, después del temblor de Mayo de 1960 en Chile.

Los primeros cálculos parecían mostrar excelente concordancia con una combinación de densidades del Modelo A y los valores de velocidades P y S de Gutenberg (1951, 1958). Sin embargo, el valor revisado del momento del coeficiente de inercia γ requirió nuevos cálculos. En 1965, Landisman, Satô y Nafe usaron primero el nuevo γ y no pudieron evitar la conclusión de que el gradiente de densidad entre 1,600 y 2,800 Km (casi todo el manto inferior) es anormalmente bajo; su modelo preferido dio un valor cero para ese gradiente.

Por algún tiempo, R. A. Haddon y el autor, trabajando en Sydney, habían emprendido una extensa revisión de todo el asunto de variaciones de ρ , k y μ en la Tierra, tomando en cuenta el valor revisado de γ , y los datos de oscilación de la Tierra, así como la evidencia anteriormente mencionada para construir Modelos de tipo A de la Tierra. Ahora resumiremos los resultados a que habíamos llegado tentativamente.

Considerando el resultado muy poco plausible, de Landisman de un gradiente de densidad de casi cero en el manto inferior hemos buscado otros modos de ajustar la evidencia observacional. Encontramos (Bullen y Haddon, 1967) que tomando el radio R del núcleo de la Tierra como significativamente mayor que el valor preferido de $3,473 \pm 3$ Km

The overall surface wave data do, however, favour lower values of μ/ρ than the J. B. in the outermost 200 Km of the mantle.

EFFECT OF REVISED MOMENT OF INERTIA I OF THE EARTH

Analyses of artificial satellite observations (Cook 1963, Jeffreys, 1963) have caused an unexpectedly large reduction in the estimate of the coefficient γ , where $I = \gamma Ma^2$ and M and a are the mass and radius of the Earth. The reduction is from 0.3335 to 0.3309. The reduction has to be considered as large since it is the difference ($0.40 - \gamma$) that is important in determining the Earth's density distribution.

The change in γ has the effect of reducing the estimated masses in the upper mantle of Models of both A and B type, and increasing the estimated masses in the core. One of the interesting consequences is that the incompressibility k becomes more nearly continuous at the mantle-core boundary in the A -type Models. The change in γ is further taken into account the following Section.

EVIDENCE FROM FREE EARTH OSCILLATIONS

A new tool for investigating the mechanics of the Earth's interior became available when fundamental free Earth oscillation and overtones were reliably measured, with periods up to an hour, following the Chilean earthquake of May 1960.

The early calculations appeared to show excellent agreement with a combination of the Model A densities and the Gutenberg P and S velocity values (1951, 1958). However, the revised value of the moment of inertia coefficient γ has required new calculations. In 1965, Landisman, Satô and Nafe, the first to use the new γ , found no escape from the conclusion that the density gradient between 1,600 and 2,800 Km (most of the lower mantle) is abnormally low; their preferred model gave a zero value for this gradient.

For some time, R. A. Haddon and the writer, working in Sydney, have been engaged in an extensive revision of the whole question of variation of ρ , k and μ in the Earth, taking account of the revised value of γ and the Earth oscillation data, as well as the background evidence previously used in constructing Earth Models of A type. The results we have tentatively arrived at will now be sketched.

Considering the Landisman result of a near-zero density gradient in the lower mantle to be highly implausible, we have sought other ways of fitting the observational evidence. We find (Bullen and Haddon, 1967) that by taking the radius R of the Earth's core to be significantly larger than the previously preferred value of $3,473 \pm 3$ Km (Jeffreys,

(Jeffreys, 1939), podíamos evitar la conclusión de Landisman y al mismo tiempo, obtener mejor acuerdo con los datos de oscilación de la Tierra. Nuestros cálculos implicaban que R necesita aumentar 15 a 20 Km, pero probablemente no más de 25 Km o algo así (véase también Carder, 1965).

Los resultados importan para la estructura del manto superior ya que podemos ajustar en general los datos sólo acoplando la estimación de incremento de R con un gradiente de densidad apreciablemente disminuido en los 400 Km exteriores de la Tierra. Este hallazgo proporcionó mayor apoyo a la presencia de un gradiente de temperatura super-adiabática en la región B .

Hasta ahora no hemos encontrado que las observaciones de oscilaciones de la Tierra esferoidal favorezcan los valores de Gutenberg más que los J.B. de k/ρ y μ/ρ en el manto superior. Pero las oscilaciones torsionales indican que los valores J.B. de μ/ρ son algo más altos en la región B . Más adelante podrá ser posible declarar si en general los datos de oscilaciones definitivamente requieren una capa de baja velocidad S .

Por ahora, en nuestro mejor modelo, resulta interesante que el cambio en k , en la frontera manto-núcleo, no alcanza uno por ciento contra menos cinco por ciento en el viejo Modelo A .

Nuestra conclusión respecto al manto superior tiene algunos puntos en común con resultados de Pekeris (1966), aunque sus procedimientos y detalle son diferentes de los nuestros. Tales diferencias parecen originarse principalmente en que no tomó en cuenta un mayor radio del núcleo.

Dorman, Ewing y Alsop (1965) asumieron un mayor radio del núcleo, pero no examinaron con detalle el efecto del coeficiente del nuevo momento de inercia. En consecuencia, no llegaron a nuestras conclusiones sobre el manto superior.

El actual punto de vista es que cuando los análisis de los datos de oscilación sean completos y se tenga toda la evidencia, incluyendo datos de ondas del cuerpo y de superficie, puede concluirse que posiblemente los valores de ρ , k y μ podrían determinarse en el manto superior (así como en otras partes de la Tierra) con una precisión mayor de la alcanzada hasta ahora.

1939), we can avoid Landisman's conclusion and at the same time obtain improved agreement with the Earth oscillation data. Our calculations imply that R needs to be increased by 15 to 20 Km, but probably not by more than 25 Km or so. (See also Carder, 1965.)

The results bear on the structure of the upper mantle in that we are able to fit the overall data only by coupling the increased estimate of R with an appreciably diminished density gradient in the outermost 400 Km of the Earth. This finding gives further support to the presence of a super-adiabatic temperature gradient in the region B .

So far as we have gone, we do not find that the observations of spheroidal Earth oscillations favour the Gutenberg rather than the J. B. values of k/ρ and μ/ρ in the upper mantle. However, the torsional oscillations indicate that the J. B. values of μ/ρ may be somewhat too high in the region B . In due course it may be possible to state whether or not the overall oscillation data definitely require a low S velocity layer.

In our best model to date, it is interesting that the change in k at the mantle-core boundary is less than one per cent, as against minus five per cent in the old Model A .

Our conclusions in respect of the upper mantle have some points in common with results of Pekeris (1966), though his procedures and detail are different from ours. Differences appear to arise principally because he has not yet contemplated a larger core radius.

Dorman, Ewing and Alsop (1965) assumed a larger core radius but did not closely examine the effect of the changed moment of inertia coefficient. In consequence, they have not arrived at our conclusions about the upper mantle.

The present outlook is that, when the analyses of the oscillation data are fully complete and the totality of evidence, including bodily and surface wave data, is brought to bear, there is a good chance that the values of ρ , k and μ will be determined in the upper mantle (as well as elsewhere in the Earth) to a finer precision than has hitherto been achieved.

BIBLIOGRAFIA

- AKI, K. & F. PRESS. 1961. Upper Mantle Structure under Oceans and Continents from Rayleigh waves. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 5:292-305.
- BULLEN, K. E. 1936. The Variation of Density and the Ellipticities of Strata of Equal Density within the Earth. *Mon. Not. Royal Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 3:395-401.
- 1937-38. The Ellipticity correction to travel times of P and S earthquakes waves. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 4, 143-57, 317-31, 332-5, 469-71.
- 1940-42. The Problem of the Earth's Density Variation. *Bull. Seismol. Soc. America*, 30:235-50; 32:19-29.
- 1946. A Hypothesis on Compressibility at Pressures of the Order of a Million Atmospheres. *Nature*, 157:405.

BIBLIOGRAPHY

- BULLEN, K. E. 1949a. Compressibility-Pressure Hypothesis and the Earth's Interior. *Mon. Not. Royal Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 5:355-368.
- 1949b. On the Constitution of Mars. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 109:457-461.
- 1950. An Earth Model based on a Compressibility-Pressure Hypothesis. *Mon. Not. Royal Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 6:50-59.
- 1958. Solidity of the Inner Core. In *Contributions in Geophysics* (London, Pergamon), pp. 131-120.
- 1960. Note on Cusps in Seismic Travel Times. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 3:354-359.
- 1961. Seismic Travel Times and Velocity Distributions. *Bur. Centr. Séismol. Internat., A*, 21:7-13.
- BULLEN, K. E. & R. A. W. HADDON. 1967. Earth Oscillations and the Earth's Interior. *Nature*, 123:574-576.
- CARDER, D. S. 1965. Upper Mantle from Travel Time Studies. *U. S. Program for International Upper Mantle Project, Progress Report*, 1965, p. 9.
- COOK, A. H. 1963. The Contribution of Observations of Satellites to the Determination of the Earth's Gravitational Potential. *Space Sci. Rev.*, 2:355-437.
- DORMAN, J., M. EWING & J. OLIVER. 1960. Study of Shear-Velocity Distribution in the Upper Mantle by Rayleigh Waves. *Bull. Seismol. Soc. America*, 50:87-115.
- DORMAN, J., J. EWING, & L. E. ALSOP. 1965. Oscillations of the Earth: New Core-Mantle Boundary Model based on Low-Order Free Vibrations. *Proc. Nat. Acad. Sci., U. S.*, 54:348-368.
- GUTENBERG, B. 1951. *PKKP, P'P'*, and the Earth's Core. *Trans. American Geophys. Union*, 32:373-90.
- 1953. Wave Velocities at Depths between 50 and 600 Kilometers. *Bull. Seismol. Soc. America*, 43:223-232.
- 1958. Velocity of Seismic Waves in the Earth's Mantle. *Trans. American Geophys. Union*, 39:486-489.
- 1959. *Physics of the Earth's Interior*. New York (Academic Press).
- JEFFREYS, H. 1939. The Times of *P*, *S*, and *SKS* and the velocities of *P* and *S*. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 4:498-533.
- 1947. On the Burton-on-Trent explosion of 1944 November 27. *Mon. Not. Royal Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 5:99-104.
- 1952. The Times of *P* up to 30°. *Mon. Not. Royal Astron. Soc., Geophys. Suppl.*, 6:348-364.
- JEFFREYS, Sir H. (1962. Travel Times for Pacific Explosions. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 7:212-219.
- 1963. On the Hydrostatic Figure of the Earth. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 8:196-202.
- JEFFREYS, H. & K. E. BULLEN. 1940, 1958. *Seismological Tables*. Brit. Assn., Gray-Milne Trust.
- LANDISMAN, M., Y. SATÔ & J. NAFE. 1965. Free Vibrations of the Earth and the Properties of its Deep Interior Regions; Part 1, Density. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 9:439-502.
- LEHMANN, I. 1954. The Velocity of *P* and *S* Waves in the Upper Part of the Earth's Mantle. *Publ. Bur. Séismol. Internat., A*, 19:115-123.
- *S* and the Structure of the Upper Mantle. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 4:124-138.
- 1962. The Travel Times of the Longitudinal Waves of the Logan and Blanca Atomic Explosions and their Velocities in the Upper Mantle. *Bull. Séismol. Soc. Amer.*, 52:519-526.
- NAZI, M. & D. L. ANDERSON. 1965. Upper Mantle Structure of Western North America from Apparent Velocities of *P* Waves. *Jour. Geophys. Res.*, 70:4633-4640.

- PEKERIS, C. L. 1966. The Internal Constitution of the Earth. *Geophys. Jour. Royal Astron. Soc.*, 11:85-132.
- RAMSEY, W. H. 1948. On the Constitution of the Terrestrial Planets. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 108:416-413
- TAKEUCHI, H., F. PRESS & N. KOBAYASHI. 1959. Rayleigh-wave Evidence for the Low-velocity Zone in the Mantle. *Bull. Seismol. Soc. America*, 49:355-364.
- TOKSÖZ, M. N. & D. L. ANDERSON. 1966. Phase Velocities of Long-period Surface Waves, and Structure of the Earth's Mantle: I, Great-circle Love and Rayleigh Wave Data. *Jour. Geophys. Res.*, 71:1649-58.
- 1965. *Introduction to the Theory of Seismology* (3rd ed., reprinted). Cambridge (University Press).