

*LA VISIBILIDAD EN ATMOSFERA HETEROGENEA Y SU
DEPENDENCIA DE LAS FLUCTUACIONES DE
LA PERMEABILIDAD ELECTRICA*

AMANDO LEYVA*

RESUMEN

En una atmósfera real, la heterogeneidad viene dada por las densidades y radios de las diferentes partículas, las cuales producen fluctuaciones de la permeabilidad eléctrica del medio. En consecuencia, la fórmula de Koschmieder para medios homogéneos no es aplicable a una atmósfera heterogénea, cuyas condiciones meteorológicas no son estacionarias.

En este trabajo, con base en la teoría electromagnética de la luz, se muestra para el caso de dos rayos, cómo las fluctuaciones de la permeabilidad eléctrica del medio influyen en la coherencia de una onda luminosa, y se obtienen expresiones para la visibilidad de las franjas de interferencia según la definición de Michelson. Finalmente, promediando en el tiempo, se obtiene una expresión que indica en qué forma la visibilidad de las franjas de interferencia y la coherencia de la onda luminosa dependen de las fluctuaciones de la permeabilidad eléctrica del medio.

ABSTRACT

The heterogeneity of a real atmosphere is produced by the densities and radius of the different particles, which give fluctuations of the electrical permeability of the medium. Therefore, the formula of Koschmieder for homogeneous media will not be applicable to a heterogeneous atmosphere in which the meteorological conditions are not stationary.

* *Sección de Radiación Solar, Instituto de Geofísica. U.N.A.M.*

In this work, using the electromagnetic theory of light, the influence of the fluctuations of the electrical permeability on the coherence of a light wave is shown. Expressions for the visibility of the interference fringes according to the definition of Michelson are obtained. Finally, the time average gives an expression that shows how the visibility of the interference fringes and the coherence of a light wave depend on the fluctuations of the electrical permeability of the medium.

INTRODUCCION.

Experimentalmente se sabe que la visibilidad de los objetos depende de la diferencia entre su brillantez y la brillantez del fondo sobre el cual son observados. Con base a ésto, en Meteorología se define el concepto de "Contraste de brillantez" para la apreciación cuantitativa de las condiciones fotométricas de visibilidad en la forma siguiente

$$K = \frac{|B_f - B_o|}{B_f} \quad (1)$$

donde k es el contraste de brillantez, B_f la brillantez del fondo y B_o la brillantez del objeto. En condiciones de visibilidad diurna $B_f > 0$.

Sin embargo, el parámetro K depende también de las condiciones atmosféricas en la línea de observación así como de la sensibilidad del ojo al contraste. Utilizando la teoría de propagación de la luz en medios homogéneos, Koschmieder en 1924 estableció una fórmula para la distancia máxima a la que un objeto dado puede ser visto. Este parámetro se emplea como medida de la visibilidad mínima.

En el caso de visibilidad horizontal y en condiciones de homogeneidad óptica del aire, la distancia de visibilidad mínima L de un objeto de brillantez β sobre un fondo de brillantez ϵ se determina por la fórmula

$$L = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{k}{\epsilon} \right) \quad (2)$$

donde β es el coeficiente de extinción luminosa del aire en la línea de observación, k el contraste de brillantez y ϵ el valor mínimo del contraste que puede percibir el observador.

En condiciones atmosféricas estacionarias y para un mismo observador pueden suponerse constantes los valores de β , ϵ y B_0 . La dependencia de L con respecto a la brillantez del fondo tiene la siguiente forma

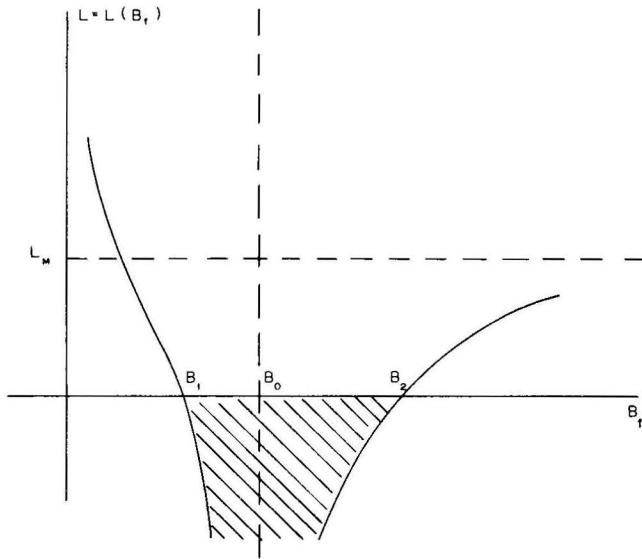


Fig. 1 La distancia de visibilidad mínima como una función de la brillantez del fondo

En el intervalo (B_1, B_2) el contraste cae debajo del valor límite ϵ y en consecuencia la visibilidad deberá considerarse nula. En el intervalo $(0, B_1)$, cuando el objeto resulta más brillante que el fondo, L crece rápidamente con la disminución de B_f ($B_0 = \text{const}$). De acuerdo con la fórmula (2) cualquier objeto de brillantez $B_0 \neq 0$, observado sobre un fondo absolutamente negro permanecerá visible a cualquier distancia del observador independientemente de los parámetros β y ϵ .

Cuando el fondo es más brillante que el objeto, en la semirrecta (B_2, ∞) , el parámetro L tiende al límite L_M con el crecimiento indefinido de B_f :

$$L \rightarrow L_M = \frac{1}{\beta} \ln \frac{1}{\epsilon} \quad \text{si } B_f \rightarrow \infty$$

El comportamiento no simétrico de la función $L(B_f)$ no se justifica en la práctica ya que para distinguir un objeto sobre un fondo determinado no importa cuál es más brillante, sino exclusivamente el valor absoluto de la diferencia $|B_f - B_o|$.

Este defecto puede eliminarse sustituyendo la definición (1) por la relación

$$K = \frac{|B_f - B_o|}{B_f + B_o} \quad (3)$$

pero aún así la aplicación de la fórmula (2) está limitada por las suposiciones hechas para su deducción teórica (ver por ejemplo Neuberger, 1966). En primer lugar se tiene la suposición acerca de la homogeneidad óptica de la atmósfera en la línea de observación, que significa que la permeabilidad eléctrica del medio es constante a lo largo de dicha línea.

En consecuencia, para condiciones meteorológicas no estacionarias o en la observación de objetos colocados fuera de la superficie terrestre, la fórmula de Koschmieder no es aplicable. En el primer caso por los movimientos turbulentos del aire; en el segundo por la estratificación vertical de la atmósfera.

INTERPRETACION OPTICO-FISICA DEL FENOMENO DE LA VISIBILIDAD

Un objeto puede ser detectado por el sistema óptico¹ ya sea porque él mismo constituye una fuente de ondas luminosas, o bien porque las refleja de otras fuentes. El sistema receptor actúa sobre el campo luminoso de dos formas: modifica la forma del frente de onda, lo que conduce al enfoque de la imagen, y limita sus dimensiones, lo que produce fenómenos de difracción. Pero, así como la difracción hace posible la formación de la imagen, introduce al mismo tiempo limitaciones: la imagen de una fuente puntiforme en el

1 No tocamos aquí el problema de las propiedades del ojo humano en calidad de sistema receptor, suponiendo que este papel lo juega el sistema óptico libre de cualidades subjetivas.

plano focal del sistema es no un punto, sino un patrón de difracción. Sin embargo, como lo muestra el cálculo de la distribución de la iluminación en el plano focal del sistema para el caso de la difracción de una onda plana en una abertura circular, el máximo central del patrón contiene cerca del 84% de la energía que incide en la abertura; de esta manera puede considerarse este máximo central como la imagen de la fuente despreciando el resto del patrón de difracción.

Con base en el criterio de Rayleigh para el poder de resolución de los sistemas ópticos, puede determinarse un cierto límite a la capacidad del sistema para distinguir objetos puntiformes, lo cual sin embargo no impone ninguna limitación a la visibilidad de dichos objetos, ya que los máximos centrales de sus patrones de difracción correspondientes proporcionan un elemento para su identificación. Las limitaciones provendrán, como se demostrará posteriormente, del proceso de formación de dichos máximos, es decir, durante la interferencia de los diferentes rayos que constituyen la onda luminosa que incide sobre el sistema de recepción.

De acuerdo con la teoría óptico-geométrica de la formación de imágenes en todo sistema óptico ideal existe un grupo de caminos ópticos iguales que parten de cada punto del objeto hasta el punto correspondiente de la imagen. Por el principio de Fermat, dicho grupo define un grupo de rayos rectilíneos los cuales se intersectan en el plano focal del sistema. Desde el punto de vista ondulatorio, entonces, la imagen del punto es el resultado de la interferencia de estos rayos que, por distintas trayectorias, recorren iguales caminos ópticos. En este principio se basan las reglas de la construcción geométrica de las imágenes.

La interferencia puede observarse sólo en caso de que se cumpla la condición de coherencia entre los rayos, es decir, si la diferencia de fases entre ellos permanece constante en un tiempo suficiente para la observación.

Identificando la imagen del objeto con un cierto patrón de difracción se concluye que la disminución de la visibilidad del mismo debe estar relacionada con la pérdida de coherencia entre los rayos de interferencia.

VISIBILIDAD DE LAS FRANJAS DE INTERFERENCIA.

Si no se cumple la condición de coherencia, en lugar de una distribución de la energía de la onda incidente en un sistema de

máximos y mínimos, en el plano focal se tiene una iluminación uniforme y no hay posibilidad de identificar la imagen del objeto.

En el ejemplo de la interferencia de dos rayos puede mostrarse fácilmente en qué forma las fluctuaciones de la permeabilidad eléctrica del medio influyen en la coherencia de la onda luminosa.

Sea un haz de luz monocromática que incide sobre una placa de caras casi paralelas

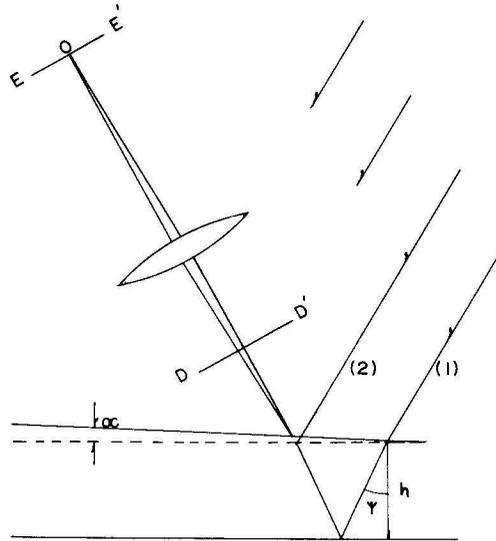


FIG. 2 INTERFERENCIA EN UNA PLACA DE CARAS CASI PARALELA

Los rayos (1) y (2) (Fig. 2) forman un par de rayos de interferencia en luz reflejada. Al juntarse estos rayos en la pantalla EE' , se suman con una diferencia de fases entre ellos igual a la que tenían en el plano DD'' . Sea la representación de las oscilaciones (1) y (2) la siguiente

$$E_1 = A_1 e^{i(\omega t + \varphi_1 + \pi)}$$

$$E_2 = A_2 e^{i(\omega t + \varphi_2 + \Delta\varphi)}$$

donde A_1 , A_2 son las amplitudes de los rayos (1) y (2); $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ la frecuencia de las oscilaciones; φ_1 y φ_2 cantidades que dependen de la longitud de los caminos ópticos de (1) y (2) fuera de la placa; π el salto de fase por reflexión de (1) en la cara superior; $\Delta\varphi$ la diferencia de fases ocasionada por el camino que recorre (2) dentro de la placa.

Por la interferencia de (1) y (2) en el punto 0 se obtiene una oscilación electromagnética resultante E:

$$E = A \gamma e^{i\omega t}$$

donde

$$A = A_1 e^{i(\varphi_1 + \pi)} + A_2 e^{i(\varphi_2 + \Delta\varphi)}$$

La densidad de energía de la onda electromagnética se determina por el valor absoluto del vector Umov - Poynting \vec{S} :

$$|\vec{S}| \stackrel{\text{def}}{=} \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*$$

$$|\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} A A^* \stackrel{\text{def}}{=} I$$

donde I es la intensidad de la oscilación resultante.

Sin pérdida de generalidad puede suponerse que $A_1 = A_2 = A_0$.

Entonces

$$A A^* = 2A_0^2 [1 + \cos(\Phi_1 - \Phi_2)],$$

donde $\Phi_1 \equiv \varphi_1 + \pi$ y $\Phi_2 \equiv \varphi_2 + \Delta\varphi$.

La diferencia $(\Phi_1 - \Phi_2)$ puede escribirse como:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = (\Delta\varphi - \pi) + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

La primera parte de la diferencia de fases es constante para cada par de rayos de interferencia y define el lugar geométrico de los máximos y

los mínimos del patrón de interferencia en el plano EE'. En el caso particular de la placa de caras casi paralelas

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos\psi$$

El lugar geométrico de los máximos se determina por la condición

$$\Delta\varphi - \pi = 2n\pi \quad \forall n = 0, 1, 2, \dots$$

La condición correspondiente para los mínimos es:

$$\Delta\varphi - \pi = (2n + 1)\pi \quad \forall n = 0, 1, 2, \dots$$

Las magnitudes φ_1 y φ_2 se obtienen de la expresión para una onda electromagnética que se propaga en un medio cuya permeabilidad eléctrica constituye una función casual de las coordenadas y del tiempo y la cual puede representarse como

$$\epsilon(\bar{r}, t) = 1 + \epsilon_1(\bar{r}, t)$$

donde $\epsilon_1(\bar{r}, t)$ representa la parte variable de la permeabilidad eléctrica del medio $\epsilon(r, t)$

Si se cumple la condición

$$\sqrt{\lambda L} \ll l_0$$

donde λ es la longitud de la onda, L la distancia del objeto al punto de observación y l_0 la dimensión característica de las heterogeneidades más pequeñas del aire; entonces (de acuerdo con los resultados obtenidos por Tatarskyi, 1966) φ_1 y φ_2 se expresan como

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L [1 + \frac{1}{2} \epsilon_1(x, t)] dx$$

(se supone que los rayos se propagan paralelamente al eje de las x).

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L [1 + \frac{1}{2} \epsilon_1(x, y_1, t)] dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} L \frac{1}{L} \int_0^L [\epsilon_1(x, y_1, t) - \epsilon_1(x, y_2, t)] dx,$$

o bien, eliminando el subíndice 1 en la función ϵ_1 :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi L}{\lambda} \frac{1}{L} \int_0^L [\epsilon(x, y_1, t) - \epsilon(x, y_2, t)] dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{2} \frac{2\pi L}{\lambda} \overline{\Delta\epsilon} (y_1, y_2, t) \equiv \delta\varphi$$

la raya sobre $\Delta\epsilon$ expresa promedio en el intervalo (O,L).

$$\cos(\delta\varphi + 2\pi n) = \cos \delta\varphi$$

$$\cos(\delta\varphi + (2n + 1)\pi) = -\cos \delta\varphi$$

de ahí que:

$$I_{\text{MAX}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2 [1 + \cos \delta\varphi]$$

$$I_{\text{MIN}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2 [1 - \cos \delta\varphi]$$

El sistema receptor registra solamente cantidades promediadas en el tiempo. De aquí que para fluctuaciones intensas y no correlacionadas de la función $[\epsilon(x, y_1, t) - \epsilon(x, y_2, t)]$ se tiene:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos \delta\varphi dt = 0,$$

y en este caso

$$I_{\text{MAX}} = I_{\text{MIN}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2,$$

es decir, el plano EE' resulta uniformemente iluminado y en cada punto la intensidad del campo luminoso es igual a la suma (aritmética) de las intensidades de los rayos (1) y (2).

Por otra parte, para oscilaciones idealmente coherentes, o en ausencia de fluctuaciones de permeabilidad eléctrica del medio $\delta\varphi = 0$; consecuentemente

$$I_{\text{MAX}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2 \times 2$$

$$I_{\text{MIN}} = 0,$$

y la “visibilidad de las franjas de interferencia”, definida por Michelson como

$$V = \frac{I_{\text{MAX}} - I_{\text{MIN}}}{I_{\text{MAX}} + I_{\text{MIN}}}$$

toma su valor máximo

$$V(\delta\varphi = 0) = 1$$

Supóngase ahora $0 \neq \delta\varphi \ll 1$. Descomponiendo $\cos \delta\varphi$ en una serie de potencias con respecto al argumento se tiene

$$\cos \delta\varphi = 1 - \frac{(\delta\varphi)^2}{2} + \frac{(\delta\varphi)^4}{4} - \dots$$

despreciando los términos de órdenes superiores a $(\delta\varphi)^2$ puede escribirse

$$\cos \delta\varphi = 1 - \frac{(\delta\varphi)^2}{2}$$

Entonces:

$$I_{\text{MAX}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2 \left[2 - \frac{(\delta\varphi)^2}{2} \right]$$

$$I_{\text{MIN}} = \frac{c}{4\pi} 2A_0^2 \frac{(\delta\varphi)^2}{2}$$

y

$$V = 1 - \frac{(\delta\varphi)^2}{2} \quad (4)$$

La visibilidad de las franjas del patrón de interferencia promediado en el tiempo dependerá de

$$(\delta\varphi)^2 = \frac{T}{4} \left(\frac{2\pi L}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{L^2} \int_0^L \int_0^L [\epsilon(x', y_1, t) - \epsilon(x'', y_2, t)] \cdot (4)$$

$$\cdot [\epsilon(x'', y_1, t) - \epsilon(x'', y_2, t)] dx' dx'' dt$$

Sustituyendo en (4):

$$V = 1 - \frac{1}{2} \frac{T}{4} \left(\frac{2\pi L}{\lambda} \right)^2 \frac{1}{\Delta\epsilon^2} (y_1, y_2, T, L) \quad (5)$$

Esta última expresión nos indica en qué forma la visibilidad de las franjas de interferencia y junto con ella la coherencia de la onda luminosa proveniente del objeto depende de las fluctuaciones de la permeabilidad eléctrica del medio. De acuerdo con la interpretación dada al fenómeno de la visibilidad se concluye que el aumento en la intensidad de dichas fluctuaciones debe conducir a una disminución de la visibilidad en la región atmosférica en cuestión.

PROYECCIONES FUTURAS DEL TRABAJO.

La realización experimental de un esquema interferométrico para investigaciones de visibilidad en atmósfera real es ya factible gracias a la existencia de los modernos generadores de luz de alta coherencia (LASERES) cuyo radio de acción (para láseres de generación continua) en malas condiciones de visibilidad se extiende de 1 a 4 Km, lo

cual parece suficiente si se desea aplicar los resultados de las investigaciones a los medios comunes de navegación.

En un tratamiento más riguroso del problema de la propagación de la onda luminosa en un medio heterogéneo habrá que tomar en cuenta que, además de las heterogeneidades de la permeabilidad eléctrica ocasionadas por las fluctuaciones de los parámetros puramente meteorológicos, las partículas suspendidas en el aire influyen de una manera importante en la transmisión de la señal luminosa. A este respecto, los experimentos podrían plantearse para condiciones atmosféricas con distribución de aerosoles determinadas ya experimentalmente (Junge, 1952, Foitzik, Hebermehl y Spankuch, 1966).

El autor agradece sinceramente a los Drs. Sergio Serra Castelán e Ignacio Galindo Estrada, así como al Dr. A. A. Semionov, Jefe de la Cátedra de Física Experimental de la Universidad Patricio Lumumba, de Moscú, las críticas al presente trabajo así como sus valiosas indicaciones

BIBLIOGRAFIA

- DITCHBURN, R.W. 19 *Light*, London, Blackie and Son Limited.
- FOITZIK, L., G. HEBERMEHL & D. SPANKUCH. 1966. Kollektiver Streuungs-
- ~~quer~~ schnitt und kollektive spektrale Extinktion der Mie-streuung bei logarithmischen Gauss-Verteilungen, *Gerl. B. z. Geophys.*, 75:447-464.
- GUTTMAN, A. 1968. Extinction coefficient measurements on clear atmosphere and cirrus clouds. *Applied Optics*, 7 (12): 2377.
- JUNGE, C.E. 1952. Gesetzmässigkeiten in der Grossenverteilung atmosphärischer Aerosole über dem Kontinent. *Ber Deutscher Wetterd., US-ZONE*, Bd. 5, H. 35, S. 261-277.
- NEUBERGER, H. 1966. *Introduction to Physical Meteorology*, Pennsylvania State University.
- STROBEHN, J.W. 1966. Feasibility of laser experiments for measuring atmospheric turbulence parameters, *Jour. Geophys. Res.*, 71 (24): 5793.
- TATARSKYI, V.I. 1965. *Rasprostrañenie voln v turbulentnoi atmosfere*, Moskva Editorial "NAUKA".