



# GEOFISICA INTERNACIONAL

REVISTA DE LA UNION GEOFISICA MEXICANA, AUSPICIADA POR EL INSTITUTO DE GEOFISICA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIRECTOR: ISMAEL HERRERA

SUBDIRECTOR: MANUEL MALDONADO KOERDELL

Volumen 9

México, D. F., Octubre-Diciembre de 1969

Número 4

## ACERCA DEL FACTOR DE INCORPORACION Y SU IMPORTANCIA EN LA MODELACION NUMERICA DE HURACANES

SERGIO SERRA C. \*

### RESUMEN:

En algunos modelos numéricos del desarrollo de los huracanes (Ogura, 1954; Ooyama, 1964), el factor de proporcionalidad o de incorporación  $\eta$ , que relaciona el movimiento vertical inducido por la fricción en el topo de la capa fricción y la liberación del calor latente, es considerada como una constante igual a 3. El presente trabajo presenta los resultados de un número de experimentos, en los cuales se ha usado la interpretación del autor del modelo de Ogura, en los cuales se le da al parámetro  $\eta$ , varios valores constantes, y también en dos de estos experimentos se permite que varíe con el tiempo como una función de la distribución vertical de la temperatura potencial equivalente, la cual se calcula en 3 niveles, haciendo ciertas suposiciones. Los resultados de los experimentos muestran que existe una fuerte dependencia entre la rapidez de crecimiento del disturbio atmosférico y el valor que se le asigna al parámetro  $\eta$ . Esta dependencia fue indicada en los análisis lineales de Ogura (1964) y Ooyama (1964); sin embargo el valor crítico para el aumento de la velocidad máxima que indica el resultado de los experimentos parece ser más grande que el indicado para el desarrollo del disturbio en los análisis lineales.

Para probar la realidad de los valores que se le asignaron al parámetro  $\eta$ , este parámetro fue calculado en la misma forma que en los experimentos para dos situaciones en las cuales un huracán estaba presente, y también para los huracanes Daisy, 1958 y Hilda 1964, así como también para algunos sondeos medios de la atmósfera tropical. Todos los valores obtenidos para  $\eta$ , parecen ser más pequeños que aquellos que se requerirían para estar en acuerdo con los resultados de los experimentos.

## ON THE ENTRAINMENT FACTOR AND ITS IMPORTANCE IN NUMERICAL MODELING OF HURRICANES

SERGIO SERRA C. \*

### ABSTRACT:

In some numerical models of hurricane development (Ogura, 1964; Ooyama, 1964), the proportionality or entrainment factor,  $\eta$ , that relates frictionally induced vertical motion at the top of the friction layer and the release of latent heat, is taken to be constant and equal to 3. This paper presents the results of a number of experiments, using the author interpretation of Ogura's model, in which  $\eta$  is given various constant values, and also in 2 experiments is allowed to vary with time as a function of the vertical distribution of the equivalent potential temperature, which is computed at 3 levels, under some assumptions. The results of the experiments show that there exists a strong dependence of the growth rate of the disturbance, on the value assigned to  $\eta$ . This dependence was indicated in the linear analysis of Ogura (1964) and Ooyama (1964); although the critical value for increase of the maximum velocity indicated from the experiments, seems to be larger than the one indicated for development in the linear analysis.

To test the reality of the assumed values,  $\eta$  was computed, in the same way as in the experiments for 2 situations in which a hurricane was involved, and also for the hurricanes Daisy, 1958 and Hilda 1964, as well as for some mean soundings of the tropical atmosphere. All the values obtained for  $\eta$ , seem to be smaller than those required to be in accordance with the results of the experiments.

\* Instituto de Geofísica U.N.A.M., México, D. F.

\* Institute of Geophysics, N.A.U.M., México, D. F.

## INTRODUCCION:

La investigación teórica en el problema de los huracanes ha pasado a través de varios pasos en su camino al completo entendimiento de esos fenómenos, al cual desafortunadamente todavía no se ha llegado, sin embargo parece ser que uno de los más importantes de esos pasos ha sido dado cuando se ha reconocido que la circulación observada en los huracanes es una circulación forzada y no una circulación libre. Sin embargo, debido a la falta de una teoría completa del comportamiento de las nubes convectivas y su interacción con la circulación del disturbio, todavía es necesario recurrir a la parametrización de esos efectos. Esta parametrización, juntamente con el reconocimiento del hecho de la circulación forzada han sido propuestos en varios trabajos científicos recientes, Charney y Eliassen (1964), Ooyama (1964), Ogura (1964), Kuo (1965). Estos trabajos son diferentes únicamente en los detalles, pero tienen las mismas suposiciones básicas, es decir que las nubes convectivas dan la energía térmica a la circulación de la tormenta, pero como un todo y en una forma paramétrica y no como nubes individuales; este calentamiento produce intensificación de la circulación de la tormenta, y la tormenta con más intensidad provee más vapor de agua a las nubes convectivas mediante la convergencia producida por la fricción. De donde se deduce que el calentamiento y la fricción constituyen los mecanismos de forzamiento que controlan la circulación de la tormenta.

La forma más simple de lograr la parametrización de los efectos de las nubes convectivas fue propuesta por Ooyama (1964) y usada en su modelo numérico de un huracán, también fue adoptada por Ogura (1964) en su modelo; consiste en suponer que el calentamiento es proporcional al movimiento vertical inducido por la convergencia friccional en la más baja capa de la atmósfera, y que esta proporcionalidad es conservada constante durante el desarrollo y mantenimiento del disturbio. En ambos trabajos a la constante de proporcionalidad se le asigna el valor de 3, además de los parámetros necesarios para hacerla adimensional. Este valor fue asignado después de la realización de un análisis lineal del modelo y la conclusión de este análisis de que para ser conducente al desarrollo de un huracán esta constante necesita ser más grande que la unidad.

Ooyama (1964) ha propuesto para esta constante de proporcionalidad el nombre de "Factor de incorporación" (entrainment factor) y la representación de este parámetro por la letra griega  $\eta$ , esta sugerencia se ha seguido en el presente trabajo.

## EXPERIMENTOS USANDO VARIOS VALORES CONSTANTES.

Mediante el uso de la interpretación que el autor ha dado al modelo de Ogura (1964), varios experimentos fueron realizados para ver los efectos de la no linealidad del modelo sobre el valor crítico del valor de  $\eta$ , en el aumento

## INTRODUCTION:

The theoretical research in the problem of hurricanes, has passed through several steps on its way to the complete understanding of those phenomena, which unfortunately still has not been achieved, however, it seems that one of the most important of those steps has been given with the recognition that the circulation observed in the hurricanes is a forced and not a free one. However due to the lack of a complete theory of the behavior of convective clouds and their interactions with the circulation of the disturbance, it is still necessary to rely on the parametrization of those effects. This parametrization, together with the recognition of the fact of the forced circulation have been proposed in several recent scientific works, Charney and Eliassen (1964), Ooyama (1964), Ogura (1964), Kuo (1965). These works differ in details, but have the same basic assumption, namely that the cumulus clouds give the thermic energy to the circulation of the storm, but as a whole and on a parametric way, and not as individual clouds, this heating produces intensification of the circulation of the storm, and the storm with more intensity provides more water vapor to the convective clouds by means of frictional convergence. Therefore the heating and the friction constitute the forcing mechanism that drives the circulation of the storm.

The simplest way of achieve the parametrization of the effect of the convective clouds was proposed by Ooyama (1964) and used in his numerical model of a hurricane, also it was adopted by Ogura (1964) in his model; it does consist of assuming that the heating is proportional to the vertical motion induced by frictional convergence in the lowest layer of the atmosphere, and that this proportionality is kept constant during the development and maintenance of the disturbance. In both works the constant of proportionality is assigned a value of 3, besides parameters to make it nondimensional. This value was assigned after the performance of a linear analysis of the model, and finding as a conclusion of this analysis that in order to be conducive to development of the hurricane this constant needs to be bigger than unity.

Ooyama (1964) proposed for this constant of proportionality the name of "entrainment factor" and the representation of it by the greek letter  $\eta$ , this suggestion is followed in the present work.

EXPERIMENTS WITH SEVERAL CONSTANT VALUES OF  $\eta$ 

Using the author's interpretation of the model of Ogura (1964), several experiments were performed in order to see the effects of the nonlinearity of the model upon the critical value of  $\eta$ , the entrainment factor, by observing the

o disminución de la velocidad máxima. Este modelo, es uno de un vórtice simétricamente axial, en el cual la atmósfera se ha dividido en dos partes, la primera capa va de 1000 mb a 500 mb y la segunda va de 500 a 0 mb. El llamado sistema "p" (sistema de presión) se ha usado en este modelo y se han derivado el siguiente conjunto de ecuaciones las cuales se han usado para hacer una integración numérica en el tiempo, los subíndices 4, 3, 2, 1, y 0 son usados para referirse a los niveles de 1000, 750, 500, 250 y 0 mb respectivamente:

$$\frac{X_1 - X_3}{\Delta p} = \frac{R}{p_2} \left( \frac{p_2}{p_4} \right)^k \theta_2 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M_3}{\partial t} + \frac{\partial(r u_3 M_3)}{r \partial r} + \frac{1}{2 \Delta p} \left[ 2\omega_4 M_3 - \omega_2 (M_1 + M_3) \right] = 0 \quad (2)$$

$$r u_1 = - \frac{\psi_2}{\Delta p} \quad , r u_3 = - \frac{(\psi_4 - \psi_2)}{\Delta p} \quad (3)$$

$$r \omega_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \quad , r \omega_4 = \frac{\partial \psi_4}{\partial r} \quad (4)$$

$$\psi_4 = \rho_s g C_D \left( \sqrt{M_4} - \frac{f r^2}{2} \right)^2 / \frac{\partial \sqrt{M_4}}{\partial r} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \omega_2 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} = (\theta_2/c_p T_2) Q_2 \quad (6)$$

$$\left( \frac{\bar{\theta}_2}{c_p T_2} \right) Q_2 = \begin{cases} \eta \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} \omega_4 & , \text{if } \omega_4 < 0 \\ 0 & , \text{if } \omega_4 \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} \Delta p \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right) + \frac{p_2}{r^4 R \Delta p} \left( \frac{p_4}{p_2} \right)^k \psi_2 \frac{\partial (M_1 + M_3)}{\partial r} = \frac{p_2}{r^4 R \Delta p} \left( \frac{p^4}{p_2} \right)^k \psi_4 \frac{\partial M_3}{\partial r} + \Delta p \left( \frac{\bar{\theta}}{c_p \bar{T}} \right) \frac{\partial Q}{\partial r} \quad (8)$$

En las cuales  $M$  es el cuadrado del momento angular absoluto con respecto al eje de la tormenta:

$$M = \left( r v + \frac{f r^2}{2} \right)^2 \quad \text{and} \quad X = \phi - \phi + \frac{f^2 r^2}{8}$$

- $u$  = velocidad radial
- $v$  = velocidad tangencial
- $\omega$  = velocidad vertical
- $\psi$  = función de corriente
- $\theta$  = temperatura potencial (desviación de un valor normal medio)
- $\rho$  = densidad en la superficie

in which  $M$  is the square of the absolute angular momentum with respect to the axis of the storm:

- $u$  = radial velocity.
- $v$  = tangential velocity.
- $\omega$  = vertical velocity.
- $\psi$  = stream function.
- $\theta$  = potential temperature (deviation from a normal value)
- $\rho$  = density in surface.

$C_D$  = coeficiente de arrastre

$\phi$  = geopotencial

$T$  = temperatura

$c_p$  = capacidad de calor específico del aire a presión constante

$k$  = 0.286

La línea horizontal arriba de algunos parámetros es usada para indicar valores medios, y  $M_3 = M_4$ .

Usando el balance de gradiente, la ecuación (1) puede ser transformada a:

$$\frac{1}{\Delta p} \left( \frac{M_1}{r^3} - \frac{M_3}{r^3} \right) = \frac{R}{p_2} \left( \frac{p_2}{p_4} \right)^k \frac{\partial \theta_2}{\partial r} \quad (9)$$

De las ecuaciones (8), (3), (4), y (7) nosotros podemos deducir que la función de forzamiento está dada por el calentamiento que es proporcional al movimiento vertical inducido por fricción, en tal forma que en realidad la función de forzamiento está dada por el calentamiento y la fricción. El disturbio inicial preexistente se supone que tiene una distribución de velocidad tangencial dada por:

$$v_3 = (r/11.7/141000) \exp \left[ -(r/141000)^2 \right] \quad (10)$$

Esta distribución da un máximo de 5 m/seg. exactamente a una distancia de 100 Kms del centro de la tormenta. Siendo que inicialmente  $\theta_2 = 0$ , entonces también en el momento inicial  $v_1 = v_3$ .

Un valor diferente para  $\eta$ , fue usado en cada uno de los experimentos que se realizaron y la integración numérica se llevó a cabo. Las figuras 1 muestran la distribución radial que se obtuvo para  $v_3$  a aproximadamente cada 6 horas de tiempo físico, los tiempos mostrados en las figuras son diferentes siendo que el incremento de tiempo fue diferente para cada paso ya que fue calculado como una función de la velocidad máxima de tal manera que el criterio de estabilidad quedara satisfecho. En el primer experimento  $\eta = 0.75$ , y la circulación en la baja tropósfera disminuye con el tiempo como nosotros podemos observar en la Fig. 1.a, esta disminución de la circulación está de acuerdo con los resultados de los análisis lineales. En el segundo experimento  $\eta = 1.0$ , el valor crítico dado por los análisis lineales, y también la circulación disminuye con el tiempo como se observa en la Fig. 1.b. En el siguiente experimento se le dio a  $\eta$  el valor de 1.5, el cual de acuerdo a los análisis lineales debería de conducir a desarrollo, pero como nosotros podemos ver en la Fig. 1.c, el viento máximo disminuye con el tiempo. En el siguiente experimento  $\eta = 2$  y se observa que la circulación en la región del viento máximo es casi estable como está indicado en la Fig. 1.d., sin embargo la circulación en la tropósfera superior tiende a ser anticiclónica debido al calentamiento proporcional al movimiento vertical inducido por la fricción, ésto es cierto también para los experimentos precedentes. Con  $\eta = 2.25$ , el viento máximo

$C_D$  = drag coefficient.

$\phi$  = geopotential.

$T$  = temperature.

$c_p$  = specific heat capacity for air, at constant pressure.

$k$  = 0.286.

The bar denotes mean values, and  $M_3 = M_4$ .

By using the gradient balance, (1), becomes:

From (8), (3), (4) and (7) we can see that the forcing function is given by the heating proportional to the vertical motion induced by friction, in such a way that the forcing function is really given by the heating and the friction. The initial preexisting disturbance is assumed with a distribution of tangential velocity given by:

$$v_3 = (r/11.7/141000) \exp \left[ -(r/141000)^2 \right] \quad (10)$$

This distribution gives a maximum of 5m/sec at 100 km from the center. Since initially  $\theta_2 = 0$ , then also in the initial moment  $v_1 = v_3$ .

A different value of  $\eta$  was used in each of the experiments performed and the numerical integration was carried on. Figures 1, show the radial distribution obtained for  $v_3$ , at about each six hours of physical time, the times shown in the figures are different since the increment of time was different for each time step, and was computed as a function of the maximum velocity, so to satisfy the stability criterion. In the first experiment  $\eta = 0.75$ , and the circulation in the lower troposphere was observed to decrease with time, as we can see in fig. 1. a, this decrease of the circulation is in accordance with the results of the linear analysis. On the second experiment  $\eta = 1.0$ , the critical value given by the linear analysis, and also the circulation is observed to decrease with time, fig. 1.b. In the next experiment  $\eta$  was given the value of 1.5, which according with the linear analysis should be conducive to development, but as we can see in fig. 1. c, the maximum wind decreases with time. In the next experiment  $\eta = 2$ , and the circulation in the lower levels, in the region of maximum winds is observed to be quasi-steady as it can be seen in fig. i.d, however the circulation in the upper troposphere tends to become anticyclonic, due to the heating proportional to the vertical motion induced by friction this is also true for the preceding experiments. With  $\eta = 2.25$  the maximum wind has a tendency to increase with time, but at rate of growth very small as it is illustrated in fig. 1.e, we can observe that the

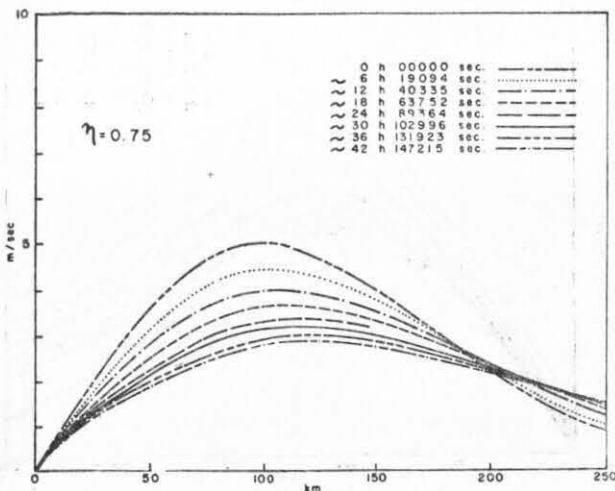


Fig. 1-a

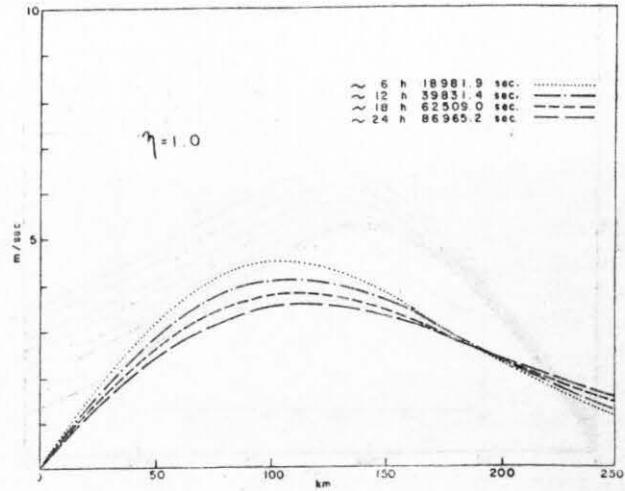


Fig. 1-b

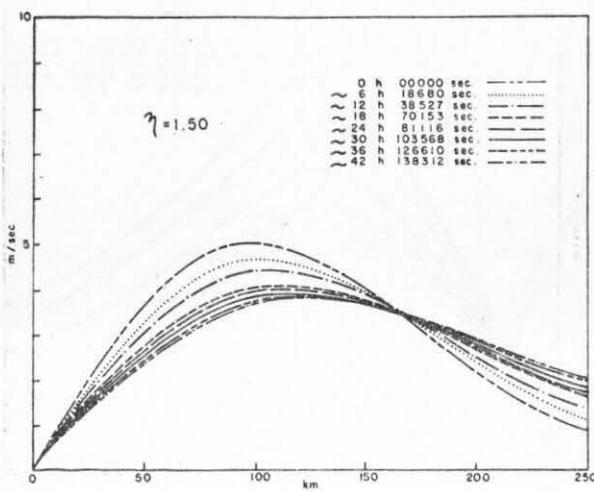


Fig. 1-c

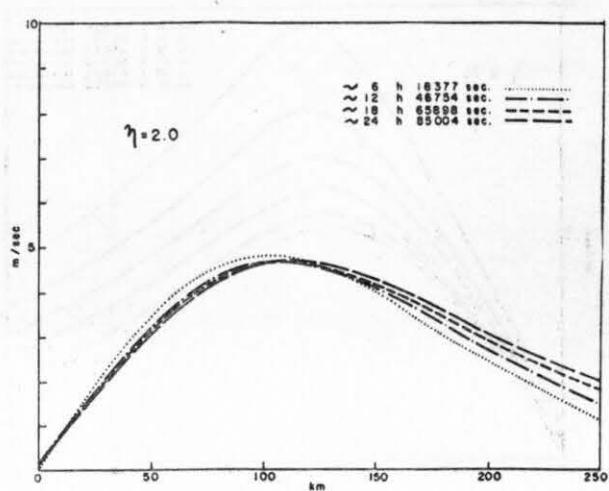


Fig. 1-d

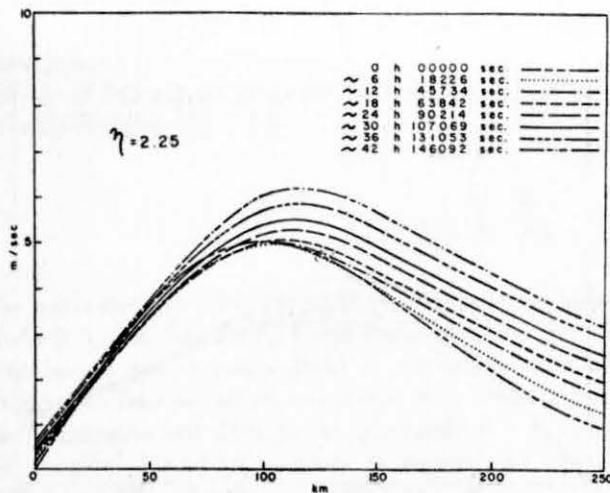


Fig. 1-e

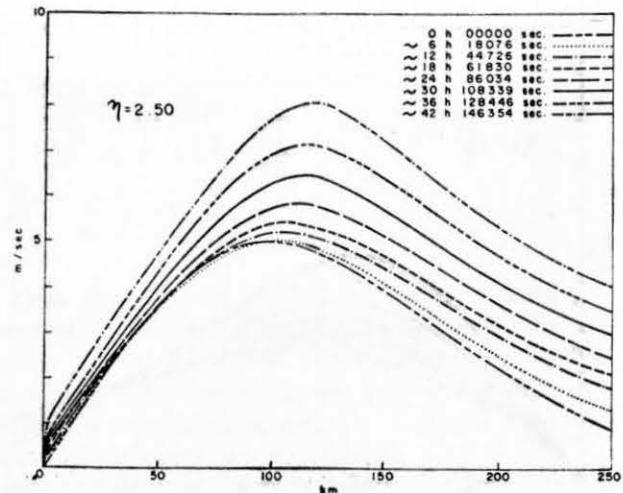


Fig. 1-f

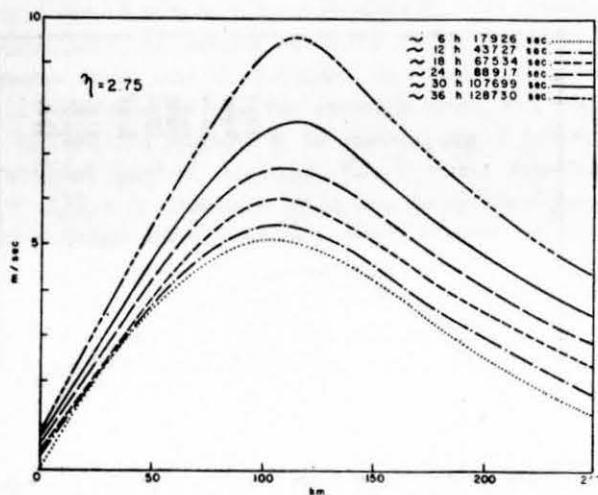


Fig. 1-g

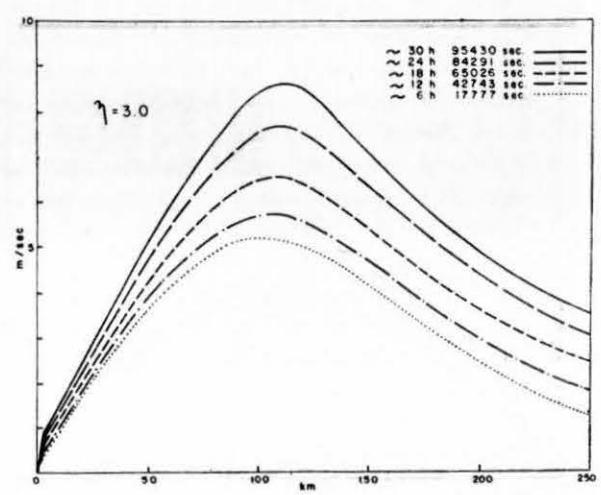


Fig. 1-h

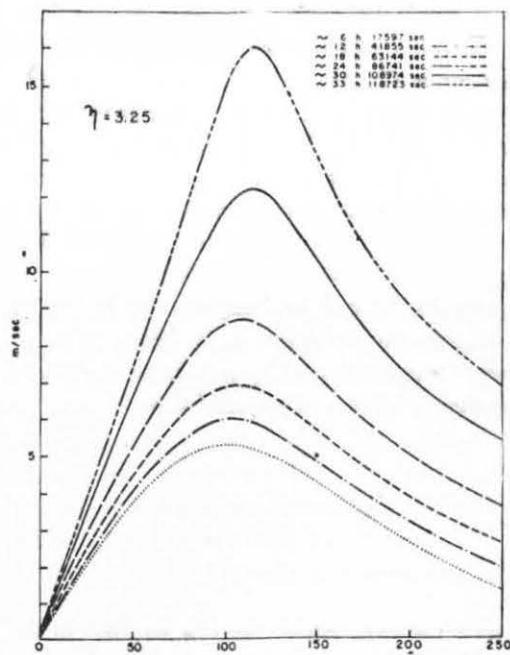


Fig. 1-i

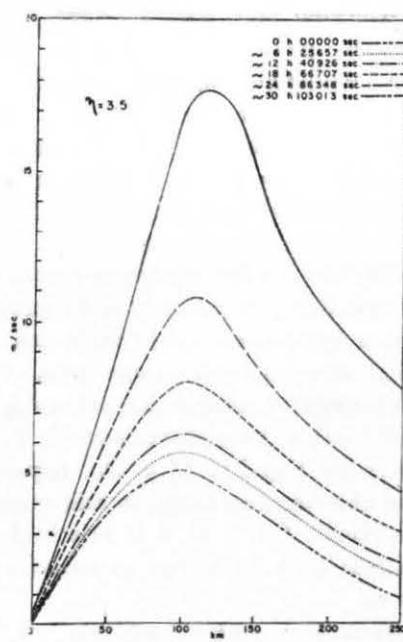


Fig. 1-j

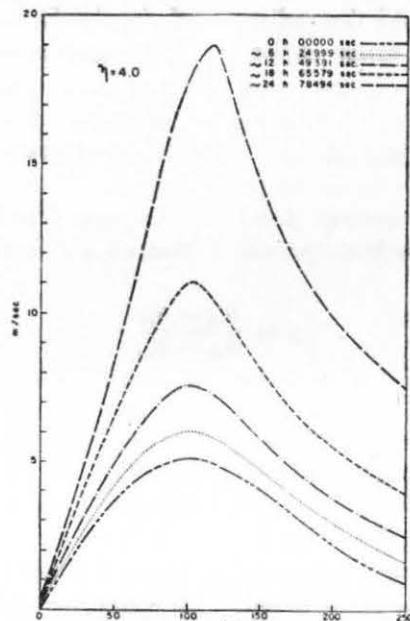


Fig. 1-k

Fig. 1. a, b, c, d, e, f, h, i, j, k. Valores de  $v_3$  a aproximadamente cada 6 horas de tiempo físico usando los valores constantes indicados del parámetro  $\eta$ .

Fig. 1. a, b, c, d, e, f, h, i, j, k. Values of  $v_3$  at approximately each 6 hours of physical time using the indicated constant values of  $\eta$ .

tiene una tendencia a aumentar con el tiempo pero a una rapidez de crecimiento muy pequeña como está ilustrado en la Fig. 1.e., como podemos observar la velocidad tangencial máxima ha aumentado en aproximadamente 42 horas de tiempo físico de un máximo de 5 m/seg. a un máximo de solamente 6.2 m/seg. Con  $\eta = 2.5$  el aumento de velocidad es más grande como podemos ver en la Fig. 1.f. En la Fig. 1.g., vemos los resultados con  $\eta = 2.75$  y observamos que el desarrollo de la circulación en la capa baja es más rápido. Con  $\eta = 3.0$ , el valor usado por Ogura y Ooyama el resultado es conocido y únicamente se ha puesto aquí en la Fig. 1.h., para servir como comparación con la rapidez del desarrollo usando los otros valores para  $\eta$ . También se hicieron experimentos usando los valores  $\eta = 3.25$ ,  $\eta = 3.5$  y  $\eta = 4.0$ , y las distribuciones de  $v_3$  obtenidas son mostradas en las Fig. 1.i., 1.j y 1.k., respectivamente; como se puede observar cuando  $\eta$  es más grande el desarrollo es más rápido. Con  $\eta = 4$  la velocidad tangencial máxima va de 5 m/seg a 19 m/seg. en menos de 24 horas de tiempo físico.

De estos experimentos nosotros podemos ver que en el modelo no lineal de Ogura el valor  $\eta = 2$  parece ser el crítico para el aumento de la velocidad tangencial máxima y por lo tanto para el desarrollo, en un sentido sinóptico, y también podemos decir que la rapidez de desarrollo depende fuertemente en el valor que se le da a  $\eta$ .

Es necesario aclarar que a pesar de que el mismo conjunto de ecuaciones del modelo de Ogura fue usado, se hizo necesario hacer algo de alisamiento en los campos  $\psi_4$  y  $\omega_4$ , y también que la integración se hizo por un tiempo suficiente para ver claramente la tendencia del desarrollo, de tal forma que los tiempos de integración varían en los experimentos.

#### EXPERIMENTOS CON $\eta$ VARIABLE

Ooyama (1964) ha propuesto para  $\eta$ , la siguiente definición aplicable a un modelo de 2 capas de un huracán:

$$\eta = \frac{\theta_{e4} - \theta_{e3}}{\theta_{e1} - \theta_{e3}} \quad (11)$$

donde  $\theta_e$  es la temperatura potencial equivalente y los subíndices son como anteriormente, los valores de  $\theta_{e3}$  y  $\theta_{e1}$  son tomados como los valores representativos de las capas baja y alta respectivamente.

Es evidente que si nosotros usamos esta definición de  $\eta$ , el valor que se asigna a este parámetro no puede ser constante, debido a que es un hecho conocido que las observaciones de perfil vertical de  $\theta_e$  en la atmósfera tropical presentan siempre un mínimo en la baja tropósfera y que este mínimo tiende a ser alisado durante el desarrollo de una depresión tropical y por lo tanto los valores de  $\theta_{e3}$  y  $\theta_{e1}$  cambian durante el desarrollo del disturbio tropical y también el valor superficial  $\theta_{e4}$  cambia en un huracán debido a la liberación de calor latente así como vapor de agua proveniente del océano.

maximum tangential velocity has increased in almost 42 hours of physical time from 5m/sec. to only 6.2m/sec. With  $\eta = 2.5$ , the increase of the tangential velocity is bigger, as we can see in fig. 1.f. In fig. 1.g we can see that with  $\eta = 2.75$ , the development of the lower circulation is faster. With  $\eta = 3$ , the value used by Ogura and Ooyama, the result is known and only put here in fig. 1.h to serve as a comparison with the rate of development using other values for  $\eta$ . Also experiments were performed using  $\eta = 3.25$ ,  $\eta = 3.5$  and  $\eta = 4.0$ , and the obtained distributions of  $v_3$  are shown in figures 1.i, 1.j and 1.k, respectively; as we can see when  $\eta$  is bigger the development is faster, with  $\eta = 4$  the maximum tangential velocity goes from 5m/sec. to 19m/sec., in less than 24 hours of physical time.

From these experiments we can see that in the nonlinear Ogura Model the value  $\eta = 2$  seems to be the critical for increase of the maximum tangential velocity and therefore development, in the synoptic sense, and that this development depends strongly on the value of  $\eta$ .

It is worthwhile to note that although the same set of equations of Ogura's model were used, some smoothing was performed on the fields  $\psi_4$  and  $\omega_4$ , and the integration was carried out for just enough time to see clearly the tendency of the development, so the time of the integration varies in the experiments.

#### EXPERIMENTS WITH VARIABLE $\eta$

Ooyama (1964) has proposed for  $\eta$  the following definition, on a 2 layer model of a hurricane:

where  $\theta_e$  is the equivalent potential temperature and the subindexes are as before, the value of  $\theta_{e3}$  is taken as representative of the lower layer, and the one of  $\theta_{e1}$  of the upper layer.

It is evident that if we use this definition of  $\eta$ , the value assigned to this factor can not be a constant one, because it is a fact known from observations that the profile of  $\theta_e$  in the tropical atmosphere presents a minimum in the lower troposphere, and that this minimum tends to be smoothed out during the development of a tropical depression, and therefore the values of  $\theta_{e3}$  and  $\theta_{e1}$  change as the tropical disturbance develops; also in a hurricane the surface value,  $\theta_{e4}$ , changes due to the release of latent heat as well as water vapor from the ocean.

Un experimento fue diseñado para modelar esta variación de  $\eta$ , usando la interpretación dada por el autor al modelo de Ogura, con el alisamiento mencionado antes. En este experimento  $\eta$ , fue calculado usando la fórmula número (11) para lo cual debemos calcular  $\theta_e$ , en los niveles indicados.  $\theta_{e4}$  fue calculada bajo las siguientes suposiciones:

- Balance de gradiente en cada momento
- Movimiento isotérmico en la capa de influjo
- Una distribución arbitraria de la humedad

La primera suposición ya está incluida en el modelo de Ogura, sin embargo en los niveles más bajos nosotros estamos despreciando los efectos de la fricción sobre el balance de gradiente, pero como únicamente estamos comparando el gradiente del geopotencial necesario para obtener el balance de gradiente, con la distribución de la velocidad calculada en cada paso, parece ser que el despreciar el efecto de la fricción no es muy importante.

Expresando la ecuación del viento gradiente en diferencias finitas:

$$\Delta r (fv + \frac{v^2}{r}) = \Delta \phi \quad (12)$$

y suponiendo que  $\phi = 0$  en la frontera exterior nosotros podemos calcular los valores de  $\phi$  en cada punto de la red  $r = i (\Delta r)$ , donde  $i = 1, 2, 3, \dots, 200$ , usando un esquema de diferencias finitas centrado, siendo que las velocidades están calculadas en los puntos de la red  $r = (i + 1/2) \Delta r$ .

La segunda suposición está justificada por las observaciones, e implica que hay una fuente de calor sensible en el océano, para que el movimiento en la capa de influo que es hacia bajas presiones se mantenga isotérmico. Este calentamiento aumenta el valor de  $\theta$  en el nivel de superficie. Para calcular este aumento de  $\theta$  la primera ley de la termodinámica fue usada; para un proceso isotérmico nosotros tenemos:  $\delta h = -\alpha dp$ , y sustituyendo  $dp$  de la ecuación hidrostática y expresando el calentamiento en grados tenemos:

$$\delta h' = d \phi / c_p \quad (13)$$

de donde  $\phi$  es el geopotencial,  $gz$ , y  $\delta h' = \delta h / c_p$ . Expanding  $d\phi$ , y usando diferencias finitas es posible calcular el aumento de  $\theta$ , a partir de una distribución conocida de  $\phi$  en cada paso de la integración.

Ahora, usando la definición de  $\theta_e$  conocida como definición de Rosby:

$$\theta_e = \theta \exp (L_e w_s / c_p T) \quad (14)$$

en donde  $w_s$  es la relación de mezcla de saturación y  $L_e$  es el calor latente de evaporación;  $w_s$  se puede calcular aproximadamente mediante la expresión  $w_s = .622 e_s / p$ , en donde  $e_s$  es la presión de saturación del vapor de agua y puede ser calculada usando la forma integrada de la ecuación de Clausius-Clapeyron.

$$\ln (c_s / 6.11) = \left( m_u L_e / R^* \right) (1/273 - 1/T)$$

An experiment was designed in order to model this variation of  $\eta$ , using the author's interpretation of Ogura's model, with the smoothing mentioned before. In this experiment  $\eta$  was computed using (11), for which we must compute  $\theta_e$  in the levels indicated.  $\theta_{e4}$  was computed under the following assumptions:

- gradient balance in every moment.
- isothermal motion in the inflow layer
- an arbitrary distribution of humidity

The first assumption is already included in Ogura's model, however at the very low levels we are neglecting the effects of friction upon the gradient balance, but as we are only comparing the gradient of the geopotential necessary for gradient balance with the computed distribution of the velocity in each time step, it seems that neglecting the frictional effect is not quite important.

Expressing the gradient wind equation in finite differences:

and assuming that  $\phi = 0$  at the outer boundary, we can compute the values of  $\phi$  at every grid point  $r = i (\Delta r)$ , where  $i = 1, 2, 3, \dots, 200$ , by using a centered finite difference scheme, since the velocities are computed at grid points  $r = (i + 1/2) \Delta r$ .

The second assumption is justified by observations, and implies that there is a source of sensible heat from the ocean, in order to maintain the motion in the inflow layer toward lower pressures still isothermal, this heating increases the value of  $\theta$  in the surface level. To compute this increase of  $\theta$  the first law of thermodynamics was used; for an isothermal process we have:  $\delta h = -\alpha dp$ , and by substituting  $dp$  from the hydrostatic equation, and expressing the heating in degrees we have:

where  $\phi$  is the geopotential,  $gz$ , and  $\delta h' = \delta h / c_p$ . By expanding  $d\phi$ , and using finite differences we can compute the increase in  $\theta$ , from the known distribution of  $\phi$  at every time step.

Now using the definition of  $\theta_e$  known as Rosby definition:

where  $w_s$  is the mixing ratio of saturation and  $L_e$  is the latent heat of evaporation, approximation of  $w_s$  is obtained by:  $w_s = .622 e_s / p$ , where  $e_s$  is the pressure of saturation for the water vapor, and can be computed from the integrated form of the Clausius-Clapeyron equation:

en donde  $m_v$  es el peso molecular del vapor de agua y  $R^*$  es la constante universal de los gases, usando estas expresiones, la fórmula número (14) viene a ser:

$$\theta_e = \theta \text{ EXP} \left[ \frac{L_e}{p c_p T} \cdot 6.22 \times 6.11 \exp [ (m_v L_e / R^*) (1/273 - 1/T) ] \right] \quad (15)$$

Por medio de la tercera suposición nosotros asignamos un porcentaje dado para  $e_s$ , de aquel valor calculado por la ecuación de Clausius-Clapeyron para este nivel de 1000 mb un valor de 95 por ciento fue supuesto.

$\theta e_2$  fue calculada también usando (15), pero en este caso en el modelo de Ogura ya está incluida una forma de calcular el incremento de  $\theta$  en cada paso de la integración, así que suponiendo un valor normal de  $\theta$  en este nivel y una distribución de la humedad,  $\theta e_2$  puede ser calculada. Para este nivel se supuso un valor medio del 75 por ciento de la  $e_s$  dada por la ecuación de Clausius-Clapeyron.

Los valores de  $\theta e_3$  y  $\theta e_1$  fueron obtenidos por interpolación lineal de los valores calculados para  $\theta e_4$  y  $\theta e_2$  y el valor constante de 386° K asignado a  $\theta e$  en el nivel de 100 mb, nivel que la mayoría de los huracanes alcanzan. En esta forma es posible obtener los valores numéricos para  $\eta$ , en cada paso de la integración mediante el uso de la interpretación que el autor le ha dado a la expresión (11). Sin embargo los valores obtenidos en esta forma, y usando los valores medios de  $\theta e$  dados en el sondeo medio de las Indias Occidentales, Jordan (1958), son muy próximos al valor de la unidad y por lo tanto no conducen a desarrollo. Para obtener desarrollo los valores calculados de  $\eta$ , fueron multiplicados por una constante de proporcionalidad, igual en todos los puntos de la red y tal que da un valor constante de  $\eta$ , en la frontera exterior de 3.5, siendo que los valores de  $\theta e_4$  y  $\theta e_2$  en esta frontera se mantuvieron constantes, esta constante de proporcionalidad fue la misma en todos los pasos de la integración del experimento, el valor inicial de  $\eta$ , fue supuesto ser 3.5. Los resultados del experimento son mostrados en las Figs. 2, para aproximadamente cada 6 horas de tiempo físico hasta 72 horas, los tiempos exactos están indicados únicamente en la Fig. 2.a. La distribución de  $v_3$  está indicada en la Fig. 2.a., y la de la  $v_1$  en la Fig. 2.b, como puede verse la circulación en el nivel bajo tiende a aumentar en el principio, pero la rapidez de aumento de desarrollo disminuye con el tiempo debido a que los valores usados para  $\eta$ , están también disminuyendo con el tiempo como puede ser observado en la Fig. 2.c, la cual muestra los valores de  $\eta$ , para la región de  $\omega_4 < 0$ . La circulación en la capa baja llega a un valor máximo y entonces principia a disminuir. La circulación anteciclónica observada en la capa superior aumenta en todos los pasos de la integración, a pesar de que nosotros podemos observar cambios en la rapidez del aumento.

Es interesante notar que en general los valores obtenidos para los movimientos radiales mostrados en las Figs. 2.d y 2.e, no aumentan a valores numéricos más grandes que aquellos de las velocidades tangenciales como ocurre en los últimos pasos del modelo original de Ogura, sin embargo en

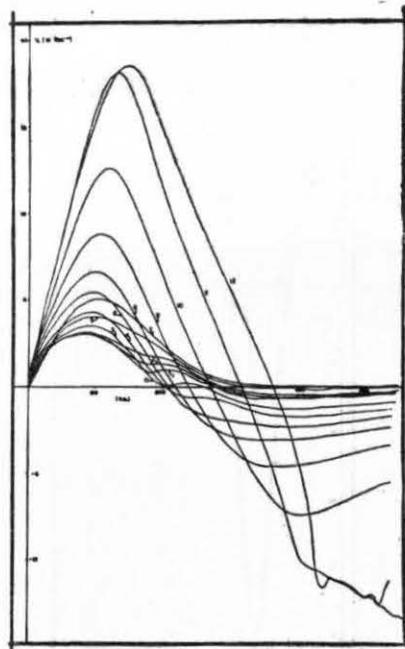
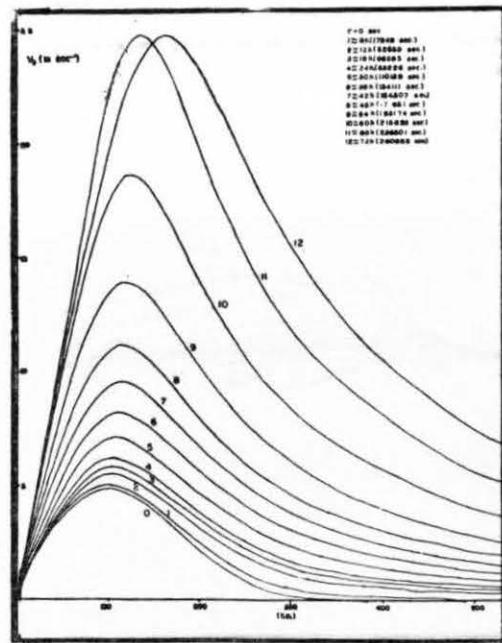
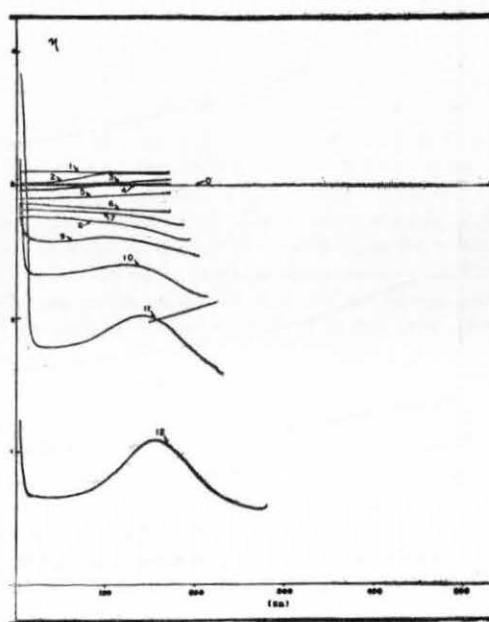
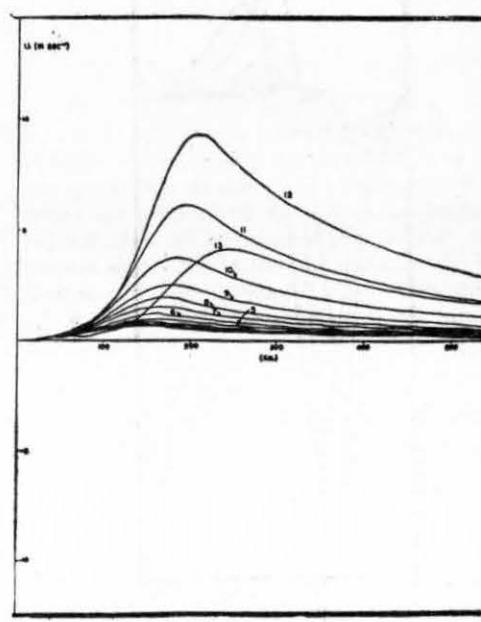
where  $m_v$  is the molecular weight of the water vapor and  $R^*$  is the universal constant of the gases, using these expressions (14) becomes:

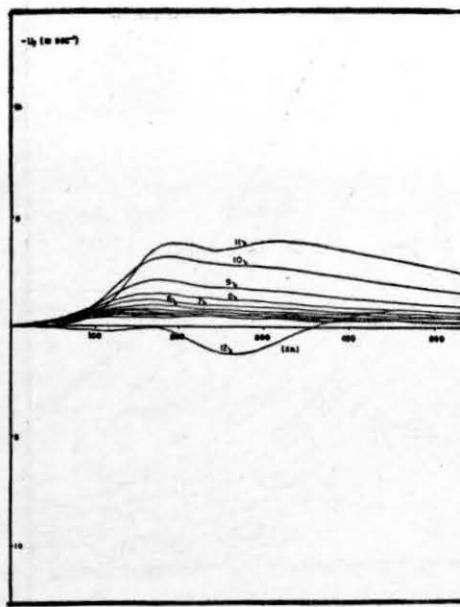
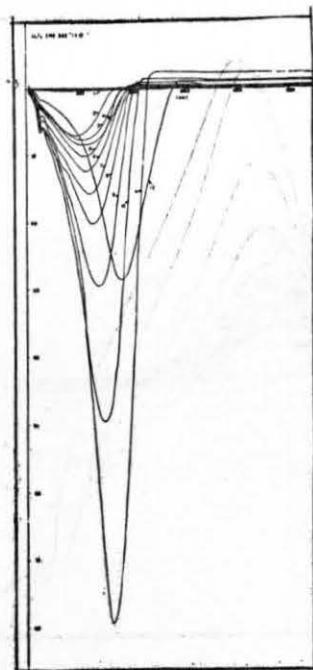
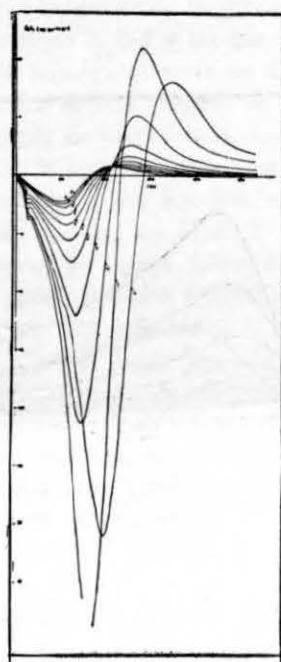
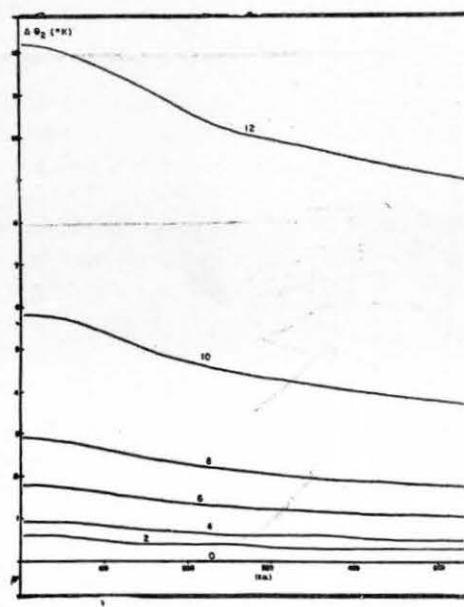
By the third assumption we supposed that there is a given percent of the  $e_s$  computed by the Clausius — Clapeyron equation, for this level of 100 mb it was assumed a mean of 95%.

$\theta e_2$  was also computed using (15), in this case the Ogura's Model has already on it a way to compute the increment of  $\theta_2$  in each time step, so by assuming a normal value for  $\theta$  at this level and a distribution of humidity,  $\theta e_2$  can be computed, For this level it was assumed a mean of 75% of the  $e_s$  given by the Clausius — Clapeyron equation.

The values of  $\theta e_3$  and  $\theta e_1$  were obtained by linear interpolations from the computed values of  $\theta e_4$  and  $\theta e_2$ , and the assumed constant value of 386° K for  $\theta e_0$  at 100 mb, level that most hurricanes reach. So it is possible to obtain the numerical values of  $\eta$  at each time step by using the author's interpretation of (11). However the values obtained in this way, and using the mean values of  $\theta e$  of the mean sounding of the West Indies. Jordan (1958), are close to the value of unity and therefore are not conducive to development. In order to obtain development the computed values of  $\eta$  were multiplied by a constant of proportionality, equal for each grid point and such that gives a constant value of  $\eta$  in the outward boundary of  $\eta = 3.5$ , since the values of  $\theta e_4$  and  $\theta e_2$  at the boundary were kept constant, this constant of proportionality was the same in all time steps of the experiment, the initial value of  $\eta$  was assumed to be 3.5. The results of the experiment are shown in figure 2, for approximately each 6 hours of physical time until 72 hours, the exact times are indicated only in figure 1.a, in the rest of the figures 2, the numbers on each curve correspond to the times indicated on figure 2.a. The radial distribution of  $v_3$  is displayed in fig. 2.a, and that of  $v_1$  in fig. 2.b., as it can be seen the circulation in the lower level tends to increase in the beginning, but the rate of increase or development, decreases with time due to the fact that the used values of  $\eta$ , are also decreasing with time, as it can be observed in figure 2.c, which shows the values of  $\eta$ , for the region of  $\omega_4 < 0$ . The circulation in the lower layer reaches a maximum value, and then it begins to decrease. The anticyclonic circulation observed on the upper layer increases in every time step, although we can observe changes on the rate of increase.

It is interesting to note that in general, the values obtained for the radial motions shown in fig. 2.d. and 2.e, do not increase to numerical values bigger than those of the tangential velocities as it does happen in the later steps of the original Ogura's model, however in the later steps of this

Fig. 2-a  $v_s$ Fig. 2-b  $v_l$ Fig. 2-c  $\eta$ Fig. 2-d  $\eta$

Fig. 2-e  $v_3$ Fig. 2-f  $w_2$ Fig. 2-g  $w_4$ Fig. 2-h  $\Delta\theta_4$

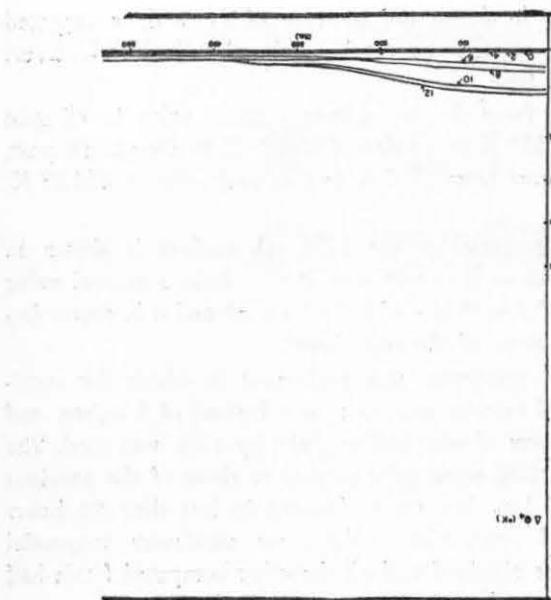
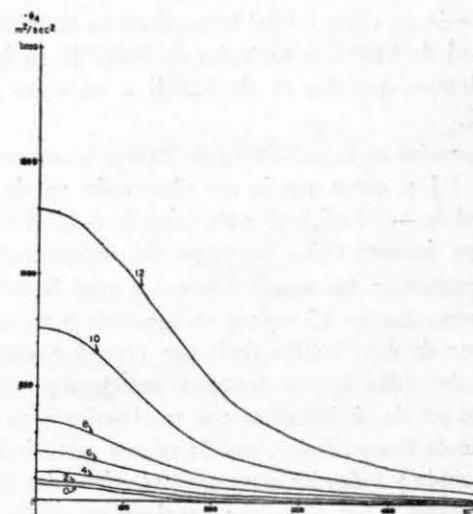
Fig. 2-i  $\Delta\theta_2$ Fig. 2-j  $\phi_1$ 

Fig. 2. a, b, c, d, e, f, g, h, i, j. Distribuciones radiales de los diferentes parámetros obtenidas en el experimento en el cual el parámetro  $\eta$ , varía con el tiempo como una función de la distribución vertical de  $\theta e$ . Los parámetros están indicados en las ordenadas de las figuras y los tiempos físicos de cada una de las curvas están indicadas únicamente en la Fig. 2.a, los números en las curvas del resto de las figuras corresponden a los tiempos indicados en la Fig. 2.a (con excepción de la Fig. 2.d en la cual el tiempo inicial está representado con la curva número 1).

Fig. 2. a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, radial distribution of the different parameters, for the experiment in which  $\eta$  is allowed to vary as function of the vertical distribution of  $\theta e$  the parameters are indicated on the ordinate of the figures, and the physical times of each curve are indicated on figure 2.a., the numbers on the curves of the rest of the figures correspond to the times indicated on 2.a. (With the exception of fig. 2.d. in which initial time is represented with the number 1).

los últimos pasos de este experimento los movimientos, tienden a ser desorganizados coincidiendo con la disminución de la circulación en los niveles bajos, e indicando un estado de disipación del disturbio.

Las velocidades verticales en los niveles 2 y 4 están mostradas en la Fig. 2.f y la Fig. 2.g, y como puede ser observado también esos campos alcanzan un valor máximo y entonces principian a disminuir.

El calentamiento en la tropósfera media obtiene valores grandes como puede ser observado en la Fig. 2.h, alcanza un valor de  $12^{\circ}\text{C}$  en el centro del disturbio, después de 72 horas. En la Fig. 2.i se muestra el aumento de  $\theta_4$ , que como era de esperarse no es muy fuerte y alcanza apenas  $1.5^{\circ}\text{C}$  después de 72 horas de tiempo físico.

$\theta_{e4}$  va desde un valor inicial homogéneo en todos los puntos de la red de  $345^{\circ}\text{K}$  a un valor de  $360.7^{\circ}\text{K}$  en la parte central, mientras que  $\theta_{e2}$  va de  $332^{\circ}\text{K}$  a un valor central de  $354.2^{\circ}\text{K}$ .

El geopotencial de la superficie de 1000 mb está mostrado en la Fig. 2.j y como puede ser observado va desde un valor central de  $-70 \text{ m}^2/\text{seg}^2$  a un valor de  $-1290 \text{ m}^2/\text{seg}^2$ , y disminuye durante todos los pasos del experimento.

Otro experimento fue conducido en el cual la velocidad inicial máxima fue de  $15 \text{ m/sec}$  en lugar de  $5 \text{ m/sec}$  y la misma forma de distribución dada por (10) fue usada. Los resultados obtenidos fueron bastante semejantes a los del experimento previo, únicamente que se obtuvieron en menos de 24 horas de tiempo físico, casi la misma velocidad máxima fue obtenida y todos los otros campos calculados tuvieron valores similares a los obtenidos previamente.

De estos experimentos nosotros podemos ver que el valor de  $\eta$ , juega un papel muy importante en el desarrollo y mantenimiento de la tormenta, pero para que el modelo sea conducente al desarrollo los valores de  $\eta$ , observados en la atmósfera tienen que ser multiplicados por una constante de proporcionalidad y también parece ser que esta proporcionalidad necesita variar durante los diferentes pasos, porque usando la misma constante en todo el procedimiento llega un momento en que  $\eta$ , es tan pequeña que ya no es conducente al desarrollo, siendo que los valores de  $\eta$ , están continuamente disminuyendo como es de esperarse que ocurra en la atmósfera real.

#### VALORES DE $\eta$ EN LA ATMOSFERA TROPICAL

Para probar la realidad de los valores de  $\eta$ , usados en los experimentos precedentes, este parámetro fue calculado para varios casos, en el primer caso fue calculado para el sondeo medio de las Indias Orientales, Jordan (1958), en el cual  $\theta_e$ , ya está calculada. Los valores de  $\theta_e$ , fueron tomados cada 50 mb y la atmósfera fue dividida en dos capas, de 1000 mb a 500 mb y de 500 mb a 100 mb y el medio aritmético de  $\theta_e$  fue calculado en cada capa, y entonces  $\eta$ , fue calculada usando la interpretación del autor de la expresión (11), y los resultados están indicados en la tabla I. También  $\eta$ , fue calculada para el promedio de

experiment the radial motions tend to be disorganized, coinciding with the decrease of the circulation in the lower levels and indicating a stage of dissipation of the disturbance.

The vertical velocities at the levels 2 and 4 are in fig. 2.f., and 2.g., and it can be observed that also these fields reach a maximum value and then begin to decrease.

The heating in the mid-troposphere attains quite big values, as it can be observed in figure 2.h., it becomes  $12^{\circ}\text{ C}$ , in the center of the disturbance, after 72 hours. In figure 2.i.. is shown the increase of  $\theta_4$ , and as expected it is not so strong, and reaches only  $1.5^{\circ}\text{ K}$  after 72 hours of physical time.

$\theta_{e4}$  goes from the initial homogeneous value in all grid points of  $345^{\circ}\text{ K}$  to a value of  $360.7^{\circ}\text{ K}$  in the central part, while  $\theta_{e2}$  goes from  $332^{\circ}\text{ K}$  to a central value of  $354.2^{\circ}\text{ K}$ .

The geopotential of the 1000 mb surface is shown in fig. 2.j., and as it can be seen it goes from a central value of  $-70 \text{ m}^2 / \text{sec}^2$  to  $-1290 \text{ m}^2 / \text{sec}^2$  and it is decreasing during all steps of the experiment.

Another experiment was performed in which the maximum initial velocity was  $15 \text{ m/sec}$ . instead of  $5 \text{ m/sec}$ . and the same form of distribution given by (10) was used. The results obtained were quite similar to those of the previous experiment but they were obtained in less than 24 hours of physical time, almost the same maximum tangential velocity was obtained and all the other computed fields had very similar values.

From these experiments we can see that the value of  $\eta$ , plays a very important role on the development and maintenance of the storm. but in order to be conducive to development the observed  $\eta$  values of the atmosphere have to be multiplied by a constant of proportionality, and it seems that this proportionality needs to vary during the different steps, because using the same constant in all the procedure, it comes to a moment that  $\eta$  is so small that no longer is conducive to development, since the values of  $\eta$  are continually decreasing as it is expected to happen in the real atmosphere.

#### VALUES OF $\eta$ IN THE TROPICAL ATMOSPHERE

In order to test the reality of the values of  $\eta$  used in the preceding experiments, its value was computed for several cases. In the first case, it was computed for the mean sounding of the West Indies, Jordan (1958), in which  $\theta_e$  is already computed. Values of  $\theta_e$  were taken each 50 mb, and the atmosphere was divided in 2 layers, from 1000 mb to 500 mb and from 500 to 100 mb and the arithmetic mean of  $\theta_e$  was taken in each layer, then  $\eta$  was computed using the author's interpretation of (11). and the results are shown in table I. Also  $\eta$  was computed from the mean of a series of observations taken during the months of August and

TABLA I

TABLE I

SONDEOS SOUNDING	VALOR DE VALUE OF
Medio Indias Occidentales Mean West Indies	0.64
Medio Indias Occidentales (Temporada de Huracanes) Mean West Indies ("Hurricane Season")	1.09
Medio no Perturbado (del Crawford) Mean Undisturbed (from Crawford)	1.58
Medio Perturbado (del Crawford) Mean Disturbed (from Crawford)	1.75
Medio Tropical (Riehl) Mean Tropical (Riehl)	1.50

TABLA II

TABLE II

VALORES DE  $\eta$  EN HURACANES  
VALUES OF  $\eta$  IN HURRICANES

HURACAN  
HURRICANE HILDA, 1964 (lo. de Octubre de 1964)

Distancia del centro (Millas Náuticas) Distance from the center (Nautical Miles)		Valor de $\eta$ Value of $\eta$	Distancia del centro (Millas Náuticas) Distance from the center (Nautical Miles)		Valor de $\eta$ Value of $\eta$
	Oeste (W)	0.55		Oeste	0.15
65	Este (E)	0.83	30	Este	0.07
	W	0.50		W	0.69
60	E	0.06	25	E	0.43
	W	0.21		W	0.21
55	E	0.06	20	E	0.07
	W	0.14		W	0.19
50	E	0.23	15	E	0.15
	W	0.40		W	0.42
45	E	0.26	10	E	0.10
	W	0.10		W	0.44
40	E	0.06	5	E	0.44
	W	0.07			
35	E	0.31	0		0.38

Distancia del centro Distance from the center (M. N.)		HURACAN DAISY 1958 HURRICANE DAISY 1958 Fecha/Date	Valor de Value of $\eta$
60		Ag/Aug. 25, 1958	0.82
		Ag/Aug. 27, 1958	0.89
20		Ag/Aug. 25, 1958	0.80
		Ag/Aug. 27, 1958	0.50

una serie de observaciones tomadas durante los meses de agosto y septiembre de 1963 a bordo del barco de investigación Crawford, la misma técnica fue usada y se interpoló cuando fue necesario y los resultados también están en la tabla I. Del sondeo tropical medio dado por Riehl (1954) en su libro, los valores  $\theta_e$  fueron calculados y el valor de  $\eta$  encontrado y está indicado también en la tabla I. Como podemos ver todos los valores de  $\eta$ , en esos sondeos medios son pequeños y de acuerdo con los experimentos no conducen al desarrollo de los huracanes. Sin embargo como es reconocido, las tormentas no se desarrollan en condiciones medias así que los valores de  $\eta$ , fueron obtenidos también por el mismo procedimiento descrito anteriormente, en dos estaciones tomando los valores de los sondeos, e interpolando cuando es necesario; esto fue hecho para varios días en los cuales un huracán estaba en existencia y pasó cerca a la estación de referencia. La primera estación fue la Isla de Barbados durante el huracán Beulah (1963), y está mostrado en la Fig. 3 donde también la trayectoria del huracán está indicada, Dunn et al (1964), podemos observar que  $\eta$ , obtuvo valores más grandes que 2 varias veces pero no en todas estas ocasiones fue observado un desarrollo de una tormenta, cuando Beulah estaba muy cerca de Barbados los valores de  $\eta$ , fueron más grandes que 2,20 de agosto de 1963 a las 07:43 hrs. LST, pero luego los valores disminuyeron a 1.4 el 2 de agosto de 1963 a las 07.50 hrs. LST, en ambos tiempos el huracán estaba más o menos a la misma distancia de Barbados como puede ser visto en la figura.

La segunda estación fue Mérida, México durante el huracán Inez (1966); podemos observar también valores de  $\eta$ , más grandes que 2 varias veces y también observamos la tendencia de  $\eta$ , a aumentar cuando el huracán se está aproximando a la estación, pero disminuye cuando está más cerca o sobre Mérida. La Tabla de los valores juntamente con la trayectoria del huracán, Herbert (1967), están ilustrados en la Fig. 4.

También  $\eta$ , fue obtenido para 2 huracanes en los cuales sondeos compuestos fueron obtenidos del Sr. D. T. Rubsam del Centro Nacional de Huracanes\* para octubre 10. de 1965; los valores de  $\eta$ , fueron obtenidos a las distancias del centro que están indicadas en la Tabla II de una sección transversal de  $\theta_e$ , calculada de los sondeos compuestos, y como puede ser visto todos los valores obtenidos son más pequeños que 1, sin embargo el huracán todavía subsistió por varios días. También datos del huracán Daisy, 1958, fueron obtenidos del trabajo de Riehl y Malkus (1961) y los resultados para algunas distancias desde el centro en dos fechas están mostradas en la Tabla II y como podemos observar también los valores son más pequeños.

## CONCLUSIONES

De los experimentos reportados en este trabajo podemos ver que  $\eta$ , el factor de incorporación juega un papel muy

\* Comunicación personal.

September of 1963 on the research vessel Crawford, the same technique was applied, interpolating where necessary, and the results are shown also in table I. From the mean tropical sounding given by Riehl (1954) in his book, the values of  $\theta_e$  were computed and the value of  $\eta$  found, is shown also in table I. As we can see all the values of  $\eta$  in these mean soundings are quite small and according with the experiments are not conducive to development of hurricanes. However, as it is recognized that storms do not develop on mean conditions, so the values of  $\eta$  were obtained also by the same procedure described before, in 2 stations taking the soundings and interpolating when necessary, for several days in which a hurricane was in existence, and passed close to the station. The first station was Barbados during Hurricane Beulah (1963), and it is shown in Fig. 3, where also the track of the hurricane is shown, Dunn et al (1964), we can observe that  $\eta$  attained values bigger than 2 several times but not in all these times was observed a development of a storm, when Beulah was very close to Barbados the values of  $\eta$  were bigger than 2, August 20, 1963 at 07:43 LST, but then they decreased to 1.4 on August 22, 1963 at 0750 LST, at both times the hurricane was more or less at the same distance of Barbados, as it can be seen on the figure.

(VER / SEE Fig. 3)

The second station was that of Merida, Mexico during hurricane Inez 1966, we can observe also values of  $\eta$  bigger than 2 several times, and also we observe the tendency of  $\eta$  to increase when the hurricane is approaching the station, but it decreases when it is closest to or over, Merida. The table of the values together with the track of the hurricane, Herbert (1967), are shown in figure 4.

Also  $\eta$  was obtained for 2 hurricanes in which composite soundings were obtained; in one of them, Hilda 1965, the composite sounding was obtained from Mr. D. T. Rubsam of the National Hurricane Research Laboratory \* for October 1, 1965; the values of  $\eta$  were obtained at the distances from the center that are indicated in table II, from a cross section of  $\theta_e$  computed from the composite soundings, and as we can see all the values obtained are smaller than 1, however the hurricane still subsisted for several days. Also data of hurricane Daisy 1958 were obtained from the work of Riehl and Malkus, 1961, and the result for some distances from the center in 2 dates are shown in table II, and as we can observe the values are also smaller than one.

## CONCLUSIONS

From the experiments reported on this work we can see that  $\eta$ , the entrainment factor plays an important role on

\* Personal communication.

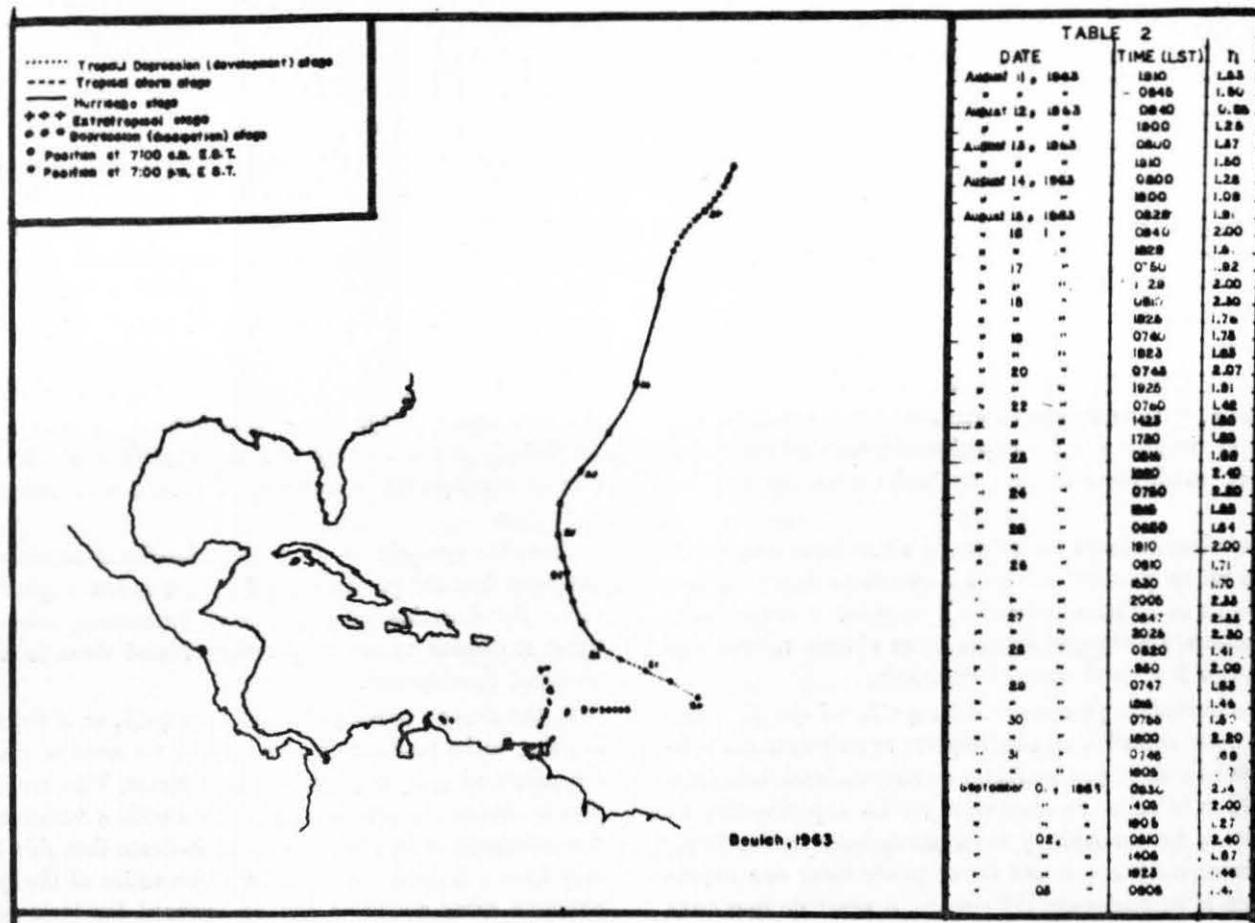


Fig. 3. Trayectoria del huracán Beulah 1963, y valores obtenidos para  $\eta$ , en la estación de Barbados en los tiempos indicados.

DATE	TIME (LST)	$\eta$
August 11, 1963	1810	1.83
-	0845	1.80
August 12, 1963	0840	0.93
-	1800	1.28
August 13, 1963	0840	1.87
-	1810	1.80
August 14, 1963	0800	1.28
-	1800	1.08
August 15, 1963	0825	1.91
-	0840	2.00
-	1825	1.9
-	0750	.92
-	1230	2.00
-	1810	2.30
-	1825	1.74
-	0740	1.78
-	1825	1.88
-	0748	2.07
-	1825	1.81
-	0748	1.68
-	1425	1.65
-	1825	1.65
-	0845	1.68
-	1825	2.10
-	0750	2.00
-	1825	1.88
-	0850	1.84
-	1810	2.00
-	0810	1.71
-	1820	1.70
-	2000	2.38
-	0847	2.43
-	2025	2.30
-	0820	1.41
-	0850	2.00
-	0747	1.83
-	1815	1.46
-	0750	1.82
-	1800	2.80
-	0145	.68
-	1805	.7
September 0, 1963	0830	2.4
-	1405	2.00
-	1805	1.27
-	0840	2.40
-	1405	1.67
-	1825	1.48
-	0805	1.4

Fig. 3. Track of hurricane Beulah 1963, and values of  $\eta$  for the station of Barbados at times indicated.

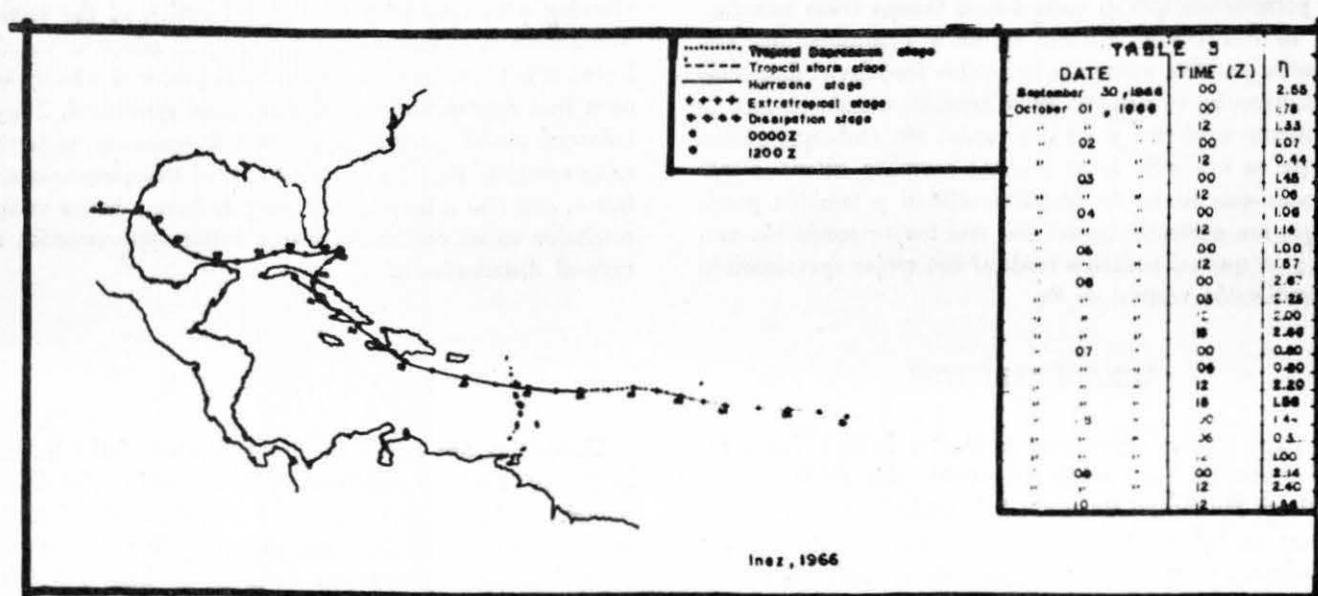


Fig. 4. Trayectoria del huracán Inez, 1966, juntamente con la Tabla de los valores obtenidos para  $\eta$ , en la estación de Mérida, México en los tiempos indicados.

DATE	TIME (Z)	$\eta$
September 30, 1966	00	2.55
October 01, 1966	12	1.78
-	00	1.83
-	02	1.07
-	12	0.44
-	00	1.48
-	12	1.06
-	00	1.06
-	12	1.16
-	00	1.00
-	12	1.57
-	00	2.67
-	08	2.28
-	12	2.00
-	00	2.66
-	08	0.80
-	00	0.80
-	12	2.80
-	18	1.88
-	00	1.47
-	12	0.53
-	00	1.00
-	12	2.40
-	00	2.40

Fig. 4. Track of hurricane Inez, 1966, and values of  $\eta$  for the station Merida, Mexico at times indicated.

importante en el desarrollo de los ciclones tropicales y que para el modelo no lineal de Ogura (1964) parece ser que el valor crítico de  $\eta$ , que conduce a el aumento de los vientos máximos en un tiempo sinóptico razonable es 2.

Permitiendo que  $\eta$ , varíe con el tiempo como una función de la distribución vertical de  $\theta_e$ , usando la interpretación del autor de la definición de Ooyama (1964), es observado en los experimentos que para conducir al desarrollo es necesario multiplicar los valores calculados para  $\eta$ , por una constante de proporcionalidad la cual parece ser que en la atmósfera real, no es realmente una constante durante todo el proceso.

De los sondeos tomados en la atmósfera tropical es observado que  $\eta$ , es siempre menor que 2 en las "atmósferas medias" y de acuerdo con los experimentos no conduce a desarrollo en condiciones medias, un hecho sinóptico bien conocido.

De las observaciones sinópticas en situaciones cuando un huracán estaba presente se observa que el parámetro  $\eta$ , por si mismo no es un buen indicador para detectar el desarrollo de huracanes, siendo que algunas veces obtuvo valores más grandes que 2 y no se observó desarrollo.

En los huracanes ya desarrollados  $\eta < 1$ , así que si el modelo va a ser realístico en este respecto necesitamos multiplicar los valores de  $\eta$ , por un factor de proporcionalidad. También esta conclusión es observada en los experimentos en los cuales  $\eta$  fue variable, y las observaciones en los huracanes reales indican que este factor puede tener una dependencia en la organización del sistema, a pesar de que otros procesos pueden ser supuestos, como por ejemplo el papel de los remolinos asimétricos, de acuerdo con el trabajo del Doctor R. L. Pfeffer presentado en la IV Conferencia Técnica de Huracanes y Meteorología Tropical.

De los experimentos realizados nosotros podemos inferir que permitiendo que  $\eta$ , varíe con el tiempo como una función de distribución vertical de  $\theta_e$  y multiplicándole por un factor variable adecuado, es posible modelar el desarrollo de un huracán, en primera aproximación, usando un modelo axialmente simétrico y de dos capas; sin embargo, parece ser que es necesario tener un más completo entendimiento físico de este factor de proporcionalidad y también puede ser que sea necesario contar con una mayor resolución vertical para que así podamos modelar con mejor aproximación la distribución vertical de  $\theta_e$ .

#### AGRADECIMIENTOS.

Las gracias son expresadas al Doctor Stanley Rosenthal del Laboratorio Nacional de la Investigación de Huracanes (National Hurricane Research Laboratory), por su guía y valiosas sugerencias en los primeros pasos de este trabajo; y también al Doctor Noel LaSeur de la Universidad del Estado de Florida (Florida State University) por sus iluminadoras discusiones así como por el aliento dado por él. Los cálculos iniciales fueron hechos en las calculadoras al servicio del Laboratorio Nacional de Investigación de Hur-

the development of tropical cyclones, and that for the non-linear model of Ogura (1964) it appears that the critical value of  $\eta$ , in order to be conducive to increase of the maximum winds in a reasonable synoptic time is 2.

By allowing  $\eta$  to vary with the time as a function of the vertical distribution of  $\theta_e$  using the author's interpretation of the definition of Ooyama (1964) it is observed in the experiments that in order to be conducive to development it is necessary to multiply the computed values of  $\eta$ , by a constant of proportionality which seems that in the real atmosphere is not really a constant during all the procedure.

From the soundings taken in the tropical atmosphere it is observed that  $\eta$  in the "mean atmospheres" is always smaller than 2, and according with the experiments not conducive to development in mean conditions, a well known synoptic fact.

From the synoptic observations in hurricane situation it is observed that the parameter  $\eta$  by itself is not a good indication for detecting development of hurricanes, since sometimes it obtains values bigger than 2 and there is not an observed development.

In the already developed hurricanes  $\eta < 1$ , so if the model is going to be realistic on this respect, we need to multiply the values of  $\eta$ , by a proportionality factor. This conclusion also is observed from the experiments with  $\eta$  variable, and the observations in real hurricanes indicate that this factor may have a dependence upon the organization of the system, although other processes can be assumed for instance, the role of the assymetrical eddies, according with the work of Dr. R. L. Pfeffer, presented in the IV Technical Conference on Hurricanes and Tropical Meteorology.

From the experiments performed we can infer that by allowing  $\eta$  to vary with time as a function of the vertical distribution of  $\theta_e$  and multiplying it by an adequate variable factor, it is possible to model the development of a hurricane, on a first approximation, using an axial symmetrical, 2 layer balanced model however seems that is necessary to have a more complete physical interpretation of this proportionality factor, and also it may be necessary to have a better vertical resolution so we can model with a better approximation the vertical distribution of  $\theta_e$ .

#### ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are due to Dr. Stanley Rosenthal of the National Hurricane Research Laboratory, by his guide and helpful suggestions in the first steps of this work, and also to Dr. Noel LaSeur of Florida State University for the enlighten discussions and encouragement given by him. The initial computations were done on the computing facilities of the National Hurricane Research Laboratory of Miami, Fla., the second stage of computation was performed at the Computer Center of the Florida State University, and the final

canes de Miami Florida, el segundo estado de cálculos fue realizado en el Centro de Computación de la Universidad del Estado de Florida, y los cálculos finales fueron hechos en el Centro de Cálculo Electrónico de la Universidad Nacional Autónoma de México; mi gratitud es expresada a esos tres Centros de Cálculo por permitirme el uso de sus equipos.

computations were done at the "Centro de Cálculo Electrónico" of the "Universidad Nacional Autónoma de México", my gratitude is expressed to these 3 computing centers for allowing me to use their facilities.

#### BIBLIOGRAFIA

- CHARNEY, J. G. & A. ELIASSEN. 1964. On the growth of the hurricane depression. *J. Atmos. Sci.*, 21: 68-75.
- DUNN, G. E. & STAFF, WBO, Miami. 1964. The hurricane season of 1963. *Mo. Wea. Rev.*, 92: 128-138.
- HERBERT, P. J. 1967. The hurricane Season of 1966. *Weatherwise* 20: 16-23.
- JORDAN, C. L. 1958. Mean soundings for the West Indies area. *J. Meteor.* 15: 91-97.
- KUO, H. L. 1965. On the formation and intensification of tropical cyclones through latent heat release by cumulus convection. *J. Atmos. Sci.*, 22: 40-63.
- OCURA, Y. 1964. Frictional Controlled, thermally driven circulation in a circular vortex with application to tropical cyclones, *J. Atmos. Sci.*, 21: 610-621.
- OYAMA, K. 1964. A dynamic model for the study of tropical cyclone development. *Geofísica Internacional*, 4: 187-198.
- RIEHL, H. & J. MALKUS. 1961. Some aspects of hurricane Daisy. 1968. *Tellus*, 13: 181-213.
- 1954. *Tropical Meteorology*, New York (Mc Graw-Hill Company Inc.), 392 pp.

#### BIBLIOGRAPHY