

III CONFERENCIA TÉCNICA SOBRE HURACANES Y METEOROLOGÍA TROPICAL TECHNICAL CONFERENCE ON HURRICANES AND TROPICAL METEOROLOGY

México, D. F., Jun. 6-12, 1963

5a. SESIÓN

5th SESSION

DESARROLLO DE HURACANES (I)
HURRICANE DEVELOPMENT (I)

ALGUNOS INTENTOS PARA SIMULAR EL DESARROLLO DE CICLONES TROPICALES POR METODOS NUMERICOS

STANLEY L. ROSENTHAL *

INTRODUCCION

Hemos realizado una serie de experimentos numéricos que pretenden simular el origen de un huracán suponiendo que el estado inicial es un vórtice ciclónico, débil y simétrico. Asumimos que gran número de nubes convectivas están incluidas en ese vórtice inicial y que en cada una de ellas hay un ascenso pseudo-adiabático a través de una atmósfera condicionalmente inestable. Las nubes están organizadas con respecto al vórtice y forman un sistema definido. Como lo postula Yanai (1961), el sistema de nubes tiene dos importantes papeles en la intensificación del vórtice: 1) crea un fuerte núcleo caliente, y 2) modifica el índice de lapso que en su origen es condicionalmente inestable y después se vuelve neutro respecto al ascenso pseudo-adiabático. Cuando la segunda de esas modificaciones se ha satisfecho, como promedio, el vórtice es estáticamente estable pues las regiones no incluidas en el sistema de nubes son regiones de descenso seco. Sin embargo, para entonces el vórtice puede haberse convertido en baroclínicamente inestable. Yanai (1961) sugiere que si eso tiene lugar, puede desarrollarse una violenta revuelta a gran escala similar al régimen superior de Hadley (1956). Es esta secuencia de eventos lo que tratamos de simular.

Aunque la liberación de calor latente y el ascenso asociado con ella se producen en nubes individuales, preferimos tratar el efecto neto del sistema de nubes como un ascenso pseudo-adiabático a gran escala. Generalmente se adopta este punto de vista en estudios empíricos (ver, por ejemplo, B. I. Miller, 1962, s.f., y H. Riehl, y J. Malkus, 1961). Sin embargo, el concepto de un ascenso pseudo-adiabático a gran escala lleva a serias dificultades en experimentos numéricos (Kasahara, A., 1961 y S. Syōno, 1962).

Si comenzamos con condiciones iniciales que sólo contienen rasgos a gran escala, las perturbaciones a pequeña escala generadas por errores de truncamiento o simplificación e in-

* National Hurricane Research Project, U. S. Weather Bureau, Miami, Florida.

SOME ATTEMPTS TO SIMULATE THE DEVELOPMENT OF TROPICAL CYCLONES BY NUMERICAL METHODS

STANLEY L. ROSENTHAL *

INTRODUCTION

We have performed a series of numerical experiments which attempt to simulate the genesis of a hurricane. The initial state is taken to be a weak, cyclonic vortex which is symmetrical. We assume that a large number of convective clouds are embedded in this initial vortex. In each of these clouds, there is pseudo-adiabatic ascent through a conditionally unstable atmosphere. The clouds are organized with respect to the vortex and form a definite cloud system. As postulated by Yanai (1961), the cloud system plays two important roles in the intensification of the vortex: 1) It builds a strong warm core and 2) It modifies the lapse rate which is initially conditionally unstable so that it becomes neutral with respect to pseudo-adiabatic ascent. When the second of these modifications has been completed, the vortex, on the average, is statically stable since regions not included in the cloud system are regions of dry descent. By this time, however, the vortex may have become baroclinically unstable. Yanai (1961) suggests that if this occurs, violent overturning, on a large scale, similar to that of the upper Hadley regime (1956), may occur. It is this sequence of events which we seek to simulate.

Although the release of latent heat and the ascent associated with it occur in individual clouds, we would prefer to treat the net effect of the cloud system as a larger scale, pseudo-adiabatic ascent. This point of view is generally adopted in empirical studies (see, for example, B. I. Miller, 1962, n.d. y H. Riehl and J. Malkus, 1961). However, the concept of a large-scale, pseudo-adiabatic ascent leads to serious difficulties in numerical experiments (Kasahara, A., 1961 y S. Syōno, 1962). If we start with initial conditions which contain only large-scale features, small-scale disturbances which are generated by truncation errors, round-off errors and non-linear interactions will grow rapidly due to

* National Hurricane Research Project, U. S. Weather Bureau, Miami, Florida.

teracciones no-lineales se desarrollarán rápidamente debido a la inestabilidad gravitacional que existe si el índice del lapso es inestable respecto al ascenso pseudo-adiabático. En experimentos realizados por Kasahara (1961) y Syōno (1962), las circulaciones a gran escala fueron completamente anuladas por otras a pequeña escala.

El espectro del índice de crecimiento para inestabilidad gravitacional (ver, por ejemplo, H. L. Kuo, 1962 y D. K. Lilly, s.f.) muestra que los índices de crecimiento disminuyen rápidamente si la escala aumenta más allá de la escala del índice de crecimiento máximo. Ello sugiere que la intensificación debida a inestabilidad gravitacional puede controlarse adoptando una criba de curso radial y usando un incremento radial de 40 Km con lo cual hemos eliminado perturbaciones con escalas menores de 80 Km. Además, hemos adoptado un esquema de diferenciación que elimina todas las perturbaciones, pero que actúa más directamente sobre los componentes de onda corta. Este encaramiento, aunque arbitrario, nos permite tratar el sistema de nubes como una enorme y moderadamente intensa nube que varía con lentitud.

EL MODELO

Hemos supuesto que la circulación es circularmente simétrica, no-viscosa e hidrostática, pudiendo escribirse las ecuaciones maestras

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -v_r \frac{\partial M}{\partial r} - w \frac{\partial M}{\partial z} - r f v_r \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho_s M \left(f + \frac{M}{r^2} \right) - \rho_s r \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \omega \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) - P_s \Theta r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -v_r \frac{\partial \theta}{\partial r} - w \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\gamma L}{\phi} \frac{\partial q_s}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{q}{\theta} \quad (4)$$

$$w = \frac{1}{\rho_s r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (5)$$

$$v_r = -\frac{1}{\rho_s r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6)$$

$$M = r v_\theta \quad (7)$$

$$\phi = c_p \left(\frac{P}{P_0} \right)^{R/c_p} \quad (8)$$

donde ψ es la función para corriente de Stokes, ρ_s la densidad de la atmósfera tropical media, P_0 es 1,000 mb, q_s la humedad específica de saturación para la atmósfera tropical media, $\gamma = 1$ para el ascenso y $\gamma = 0$ para el descenso. Los otros símbolos tienen la significación habitual. Nótese que no se permiten cambios de fase diversos de la condensación de

the gravitational instability which is present if the lapse rate is unstable with respect to pseudo-adiabatic ascent. In the experiments performed by Kasahara (1961) and Syōno (1962), the large-scale circulations were completely overwhelmed by the smaller scale ones.

The growth-rate spectrum for gravitational instability (see, for example Kuo, H. L., 1962 y D. K. Lilly, n.d.) shows that growth rates decrease rapidly as the scale increases beyond the scale of maximum growth rate. This suggests that intensification due to gravitational instability may be controlled by adoption of a coarse radial mesh. By use of a radial increment of 40 Km, we have eliminated disturbances with scales less than 80 Km. In addition, we have adopted a differencing scheme which dampens all disturbances but which acts most heavily on the short-wave components. This approach, though arbitrary, allows us to treat the cloud system as an enormous, slowly varying, moderately intense cloud.

THE MODEL

If we assume the flow to be circularly symmetrical, non-viscous and hydrostatic, the governing equations may be written

where ψ is the Stokes stream function, ρ_s is the density of the mean tropical atmosphere, P_0 is 1,000 mb, q_s is the saturation specific humidity for the mean tropical atmosphere, $\gamma = 1$ for ascent and $\gamma = 0$ for descent. The remaining symbols have their standard meanings. Note that changes of phase other than the condensation of water vapor

vapor de agua y que todo ascenso se supone saturado. Así se elimina la necesidad de incluir una ecuación de continuidad para vapor de agua. Las ecuaciones (1)-(6), unidas a las condiciones de frontera, forman un sistema matemático cerrado para las variables dependientes $M, \Theta, \phi, v_r, \omega$ y ψ .

Trataremos aire encerrado en un cilindro con radio de 1,000 Km limitado verticalmente por el nivel medio del mar y la superficie de 100 mb, que se considera a nivel y rígida (como análoga a la tropopausa tropical). La condición de frontera cinemática requiere que ω desaparezca en $Z = 0$ y donde h es la altura de 100 mb. Para aislar el sistema v_r se pone en cero en el radio exterior. Con el sistema cerrado y simétrico la curva $r = 0, Z = 0, r = 1,000 \text{ Km}, Z = h$ en cualquier sección transversa meridional debe ser una línea de corriente, lo cual sugiere una condición de frontera,

$$\psi = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \tag{10}$$

para $r = 0, r = 1,000 \text{ Km}, Z = 0, Z = h$.

Suponemos que la temperatura inicial se expresa como función de r y Z . Entonces la ecuación hidrostática se integra hacia abajo desde la superficie de 100-mb para obtener el campo de presión inicial. Se supone que en el instante inicial, el viento tangencial, que está en equilibrio de gradiente puede así calcularse directamente por los campos de temperatura y presión.

Todo lo que debe ahora establecerse es la distribución inicial de ψ , que se obtiene por un esquema diagnóstico presentado primeramente por Eliassen (1952, 1959, 1960) y recientemente aplicado a ciclones tropicales por Estoque (1962). La adaptación de tal procedimiento se discute en otro lugar (S. L. Rosenthal, en prensa).

Fue adoptada una red rectangular compuesta por 31 puntos (hileras) en dirección vertical con espaciamento a intervalos de 550 metros y 26 puntos (columnas) en dirección radial con espaciamento a intervalos de 40 Km, usándose diferencias de tiempo en avance. Para mantener estabilidad de cálculo se computaron derivadas espaciales en términos advectivos con diferencias no-centradas contra la corriente. Tal es el esquema de Lelevier (véase R. D. Richtmeyer, 1957) que también empleó Kasahara (1960, 1961). Como se dijo antes, este esquema diferencial es de eliminación (D. K. Lilly, 1961), afectándose mucho más los componentes de onda corta (*ibid.*).

Para comenzar el cálculo se pronostica ψ por el análogo diferencial a (2), obteniéndose los puntos de la red interna $v_r^{(n+1)}$ y $\omega^{(n+1)}$ por (5) y (6) por diferencias centradas sobre un incremento a doble espacio.

En las fronteras se usan diferencias no-centradas excepto para $\omega^{(n+1)}$ en $r = 0$ que se calculan por

$$\omega_{r=0}^{(n+1)} = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\rho_s r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^{(n+1)} = \frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right)_{r=0}^{(n+1)} \approx \frac{2}{\rho_s (\Delta r)^2} \left[\psi_{r=0r} - \psi_{r=0} \right]^{(n+1)}$$

are not allowed. Also, all ascent is assumed saturated. This eliminates the need to include an equation of continuity for water vapor. Equations (1)-(6), together with boundary conditions, form a closed mathematical system for the dependent variables $M, \Theta, \phi, v_r, \omega$ and ψ .

We will treat air enclosed in a cylinder of radius 1,000 Km which is bounded vertically by mean-sea level and the 100 mb surface. The latter is considered level and rigid (an analogue to the tropical tropopause). The kinematic boundary condition requires that ω vanish at $Z = 0$ and $Z = h$ where h is the 100 mb height. To isolate the system, v_r is set to zero at the outer radius. With the system closed and symmetrical the curve, $r = 0, Z = 0, r = 1,000 \text{ Km}, Z = h$, in any meridional cross-section, must be a streamline. This suggests the boundary conditions,

for $r = 0, r = 1,000 \text{ Km}, Z = 0, Z = h$.

We assume the initial temperature to be given as a function of r and Z . The hydrostatic equation is then integrated downward from the 100-mb surface to obtain the initial pressure field. The tangential wind, at the initial instant, is assumed to be in gradient balance. It may, therefore, be calculated directly from the temperature and pressure fields.

All that need now be established is the initial distribution of ψ . This is obtained from a diagnostic scheme first presented by Eliassen (1952, 1959, 1960) and recently applied to tropical cyclones by Estoque (1962). Our adaptation of this procedure is discussed elsewhere (S. L. Rosenthal, in press).

A rectangular grid, consisting of 31 points (rows) in the vertical direction spaced at 550 meter intervals and 26 points (columns) in the radial direction spaced at 40 Km intervals, was adopted. Forward time differences were used. To maintain computational stability, space derivatives in advective terms were calculated from noncentered, upstream differences. This is the Lelevier (see R. D. Richtmeyer, 1957) scheme which Kasahara (1960, 1961) also employed. As noted earlier, this differencing scheme is a dampening one (D. K. Lilly, 1961); short wave components are dampened most heavily (*ibid.*).

To start the computation, ψ is forecast from the difference analogue to (2). At internal grid points, $v_r^{(n+1)}$ and $\omega^{(n+1)}$ are obtained from (5) and (6) by use of centered differences over a double space increment.

On the boundaries, non-centered differences are used except for $\omega^{(n+1)}$ at $r = 0$ which is calculated from

Ya que en los puntos de la red interna w es calculada por una diferencia centrada sobre $2 \Delta r$, la perturbación a menor escala que puede aparecer en el campo- w tiene una longitud de onda de $3 \Delta r$.

Cuando el cálculo de $\psi^{(n+1)}$, $v_r^{(n+1)}$ y $\omega^{(n+1)}$ se ha completado, puede obtenerse $M^{(n+1)}$ del análogo diferencial a (1) y calcularse $\Theta^{(n+1)}$ por un análogo diferencial a (3). Entonces se calcula $\phi^{(n+1)}$ por una integración trapezoidal en (4), que desciende desde el límite superior (donde se ha supuesto una presión uniforme de 100 mb).

Puesto que se requiere que el sistema de ecuaciones diferenciales descrito sea estable para cálculo respecto a procesos lineales debe tenerse esencialmente el mismo postulado que dio Kasahara (1961). Para un incremento radial de 50 Km y aceptando vientos radiales cuya fuerza sea de 60 m/seg⁻¹ (que naturalmente no pueden esperarse en un verdadero huracán), encontramos que Δt no puede alargarse más de 200 segundos en realidad, usándose un Δt de 2 minutos que proporciona cierta eliminación en el cálculo.

RESULTADOS

El campo de temperatura inicial (Fig. 1a) semeja a un ciclón tropical débil con núcleo cálido. La mayor divergencia en las condiciones tropicales medias es de 2.4 C. El mayor valor de $\frac{\partial T}{\partial r}$, casi 0.5 C por 100 Km, se alcanza en la atmósfera superior en un radio de casi 150 Km. El perfil de presión a nivel del mar (Fig. 1b) muestra la presión central del vórtice a casi 1,000 mb, siendo el viento (gradiente) tangencial inicial (Fig. 2a) el más fuerte a casi 15 m/seg⁻¹ en un radio ligeramente mayor de 200 Km. Las Figuras 1c y 1d muestran, respectivamente, la estabilidad estática seca inicial $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ y la estabilidad estática húmeda $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{L}{\phi} \frac{\partial q_s}{\partial z} \right)$.

La circulación meridional inicial (Fig. 2b, 2c y 2d) se obtuvo como se ha descrito previamente y en otro lugar (S. L. Rosenthal, en prensa). La circulación meridional que muestra la Fig. 2 es la obtenida en el Experimento II (*ibid.*).

Los cálculos descritos después se hicieron en la G. E. 225 en el Centro Nacional de Huracanes y debido a la relativamente baja capacidad de carga de la máquina, resultaron muy caros los cálculos para diagnosticar (casi el mismo costo de una integración de 24-horas del modelo para pronóstico). Por razones de economía, se empleó la misma circulación meridional interna (mostrada en las Figs. 2b, 2c y 2d) en todos los experimentos a pesar de que se cambiaron varios parámetros de los valores antes dados (*ibid.*).

Las condiciones iniciales mostradas en las Figs. 1 y 2 son estables respecto a desplazamientos no-viscosos y adiabáticos secos en un plano meridional. Así, al integrar con $\gamma \equiv 0$ podrían esperarse oscilaciones estables y como control experimental hicimos esa integración designándola Experimento I. La naturaleza oscilatoria del movimiento quedó bien evidente y como rasgos dominantes en la solución aparecieron perturbaciones inerciales de gravedad con rápidos movimientos

Since, at internal grid points, w is calculated from a centered difference over $2 \Delta r$, the smallest scale perturbation which can appear in the w -field has wave length $3 \Delta r$.

When the calculation of $\psi^{(n+1)}$, $v_r^{(n+1)}$ and $\omega^{(n+1)}$ has been completed, $M^{(n+1)}$ is obtained from the difference analogue to (1) and $\theta^{(n+1)}$ is calculated from a difference analogue to (3). $\phi^{(n+1)}$ is calculated from a trapezoidal integration of (4) which progresses downward from the upper boundary (assumed to have a uniform pressure of 100

The requirement that the system of difference equations described above be computationally stable with respect to linear processes leads to essentially the same criterion as that given by Kasahara (1961). For a radial increment of 50 Km and with allowance for radial winds as strong as 60 m/sec⁻¹ (not to be expected, of course, in a real hurricane), we find that Δt should be no longer than about 200 seconds. In actuality, a Δt of two minutes was used which provides for some degree of computational damping.

RESULTS

The initial temperature field (Fig. 1a) was taken to resemble that of a weak, warm-core tropical cyclone. The largest departure from mean tropical conditions is 2.4 C. The largest value of $\frac{\partial T}{\partial r}$, about 0.5 C per 100 Km, occurs in the upper troposphere at a radius of about 150 Km. The sea-level pressure profile (Fig. 1b) shows the central pressure of the vortex to be about 1,000 mb. The initial tangential (gradient) wind (Fig. 2a) is strongest, about 15 m/sec⁻¹, at a radius slightly larger than 200 Km. Figures 1c and 1d show, respectively, the initial dry static stability $\frac{\partial \theta}{\partial z}$ and wet static stability $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{L}{\phi} \frac{\partial q_s}{\partial z} \right)$.

The initial meridional circulation (Figs. 2b, 2c and 2d) was obtained as previously described and in (S. L. Rosenthal, in press). The meridional circulation shown by Fig. 2 is that obtained in Experiment II of (*ibid.*).

The calculations described below were performed on the G. E. 225 at the National Hurricane Center. Due to the rather small internal storage of this computer, diagnostic calculations of ψ are extremely expensive (about the same cost as a 24-hour integration of the prognostic model). For reasons of economy, the same initial meridional circulation (that shown in Figs. 2b, 2c and 2d) was employed in all experiments despite the fact that various parameters were varied from the values given in (*ibid.*).

The initial conditions shown by Figs. 1 and 2 are stable with respect to dry adiabatic, non-viscous displacements in a meridional plane. Hence, an integration with $\gamma \equiv 0$ would be expected to show stable oscillations. As an experimental control, we performed such an integration; it was designated, Experiment I. The oscillatory nature of the motion was clearly evident. Large-scale, rapidly moving inertial-gravity disturbances were the dominant features in the so-

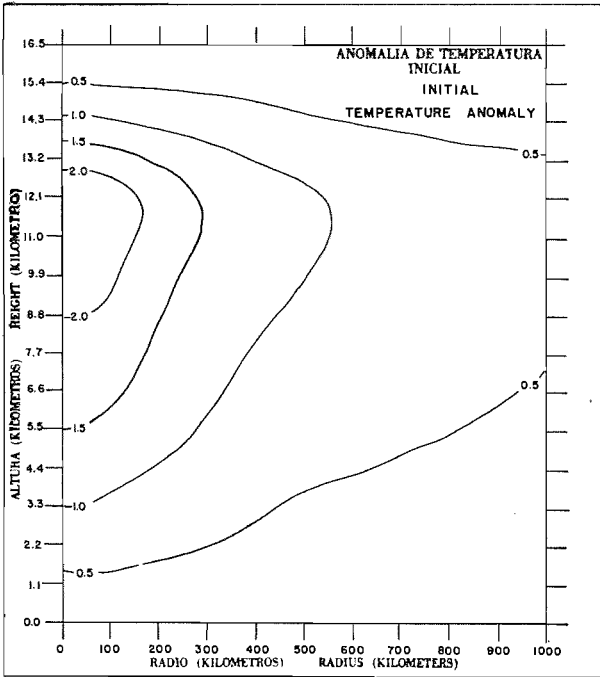


Fig. 1a.

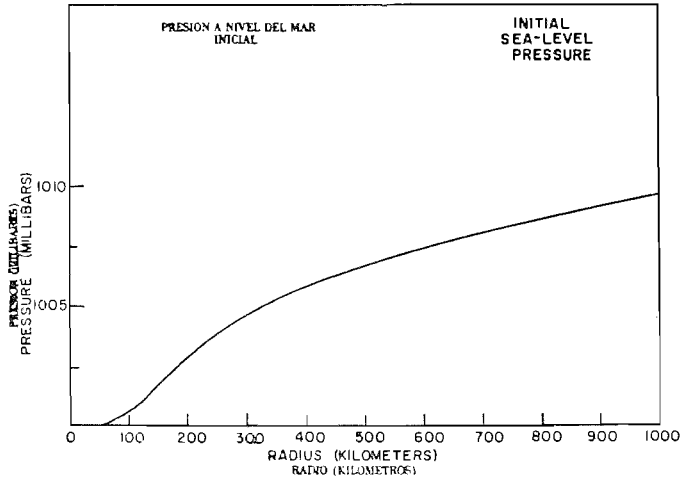


Fig. 1b.

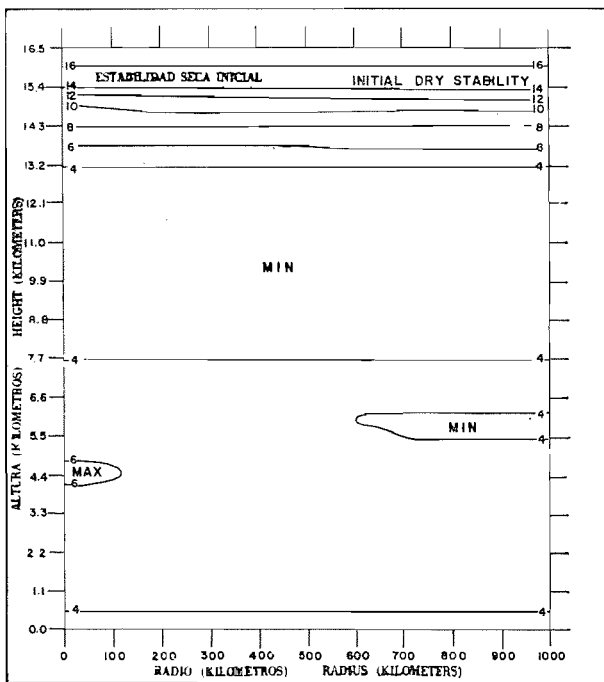


Fig. 1c.

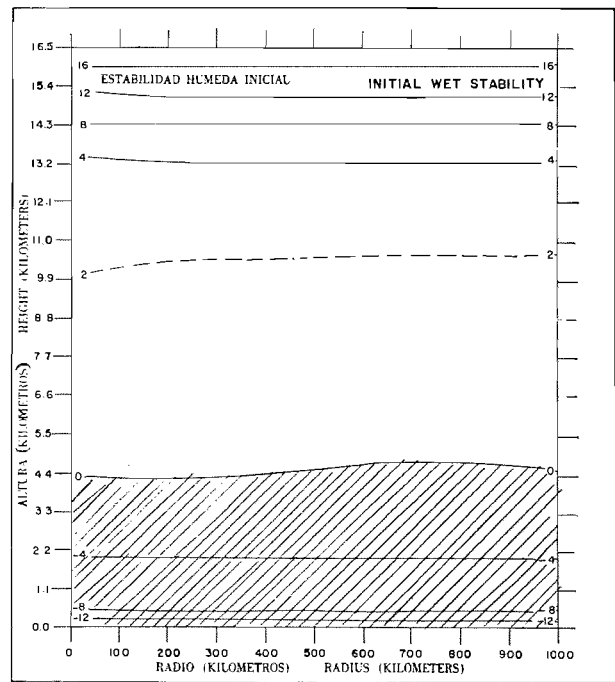


Fig. 1d.

Fig. 1. Valores iniciales de (a) anomalía de temperatura ($T-T_s$) en grad. C, (b) presión a nivel del mar (mb), (c) estabilidad estática seca ($\frac{\partial \theta}{\partial z}$) en grad. C.-Km⁻¹, (d) estabilidad estática húmeda ($\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{L}{\phi} \frac{\partial q_s}{\partial z}$) en grad. C.-Km⁻¹.

Fig. 1. Initial values of, (a) temperature anomaly ($T-T_s$) in deg. C, (b) sea-level pressure (mb), (c) dry static stability ($\frac{\partial \theta}{\partial z}$) in degs. C.-Km⁻¹, (d) wet static stability ($\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{L}{\phi} \frac{\partial q_s}{\partial z}$) in degs. C.-Km⁻¹.

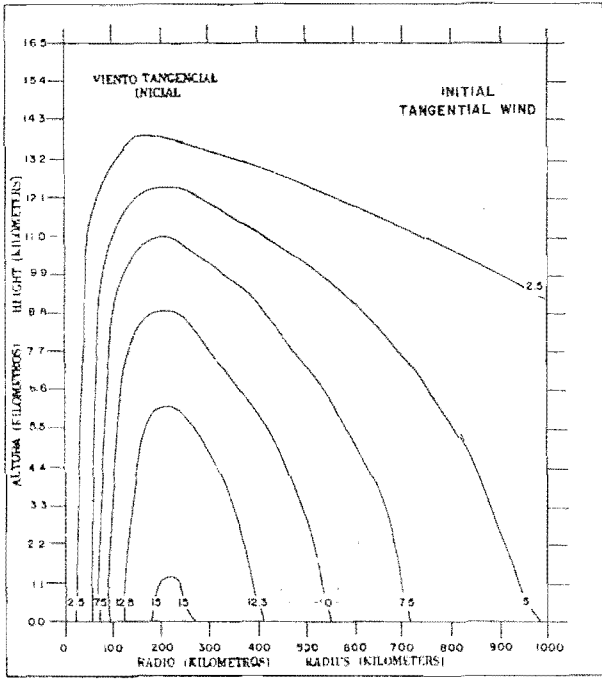


Fig. 2a.

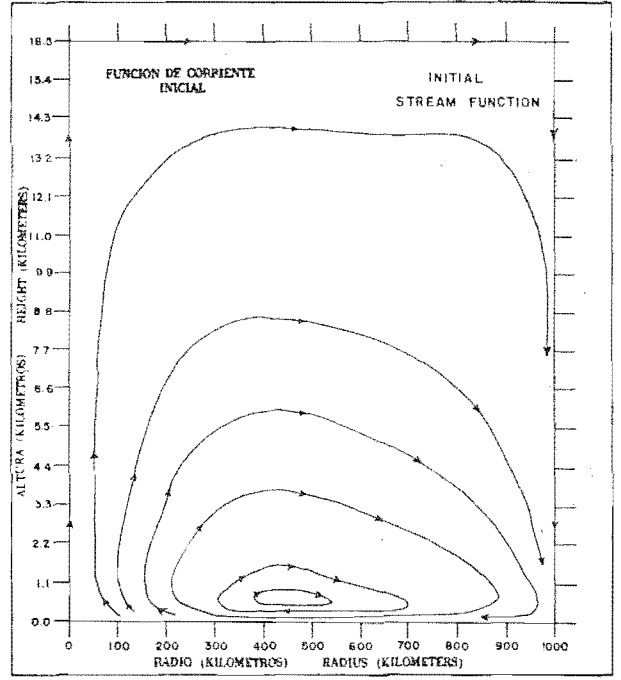


Fig. 2b.

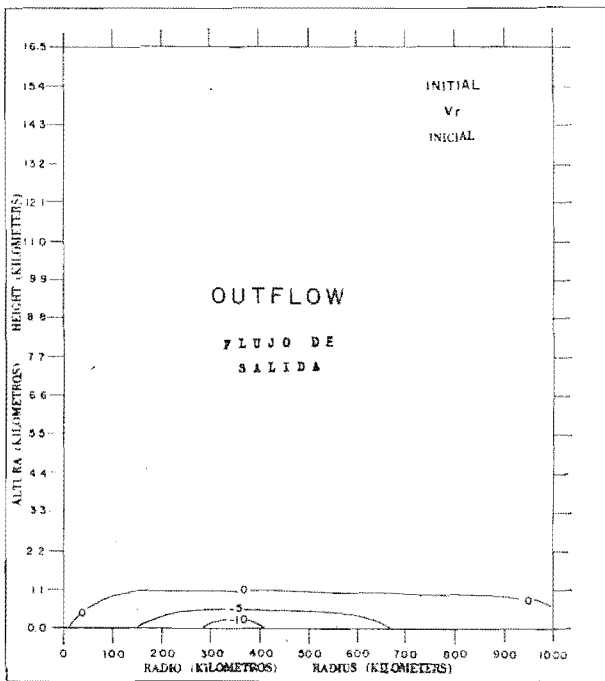


Fig. 2c.

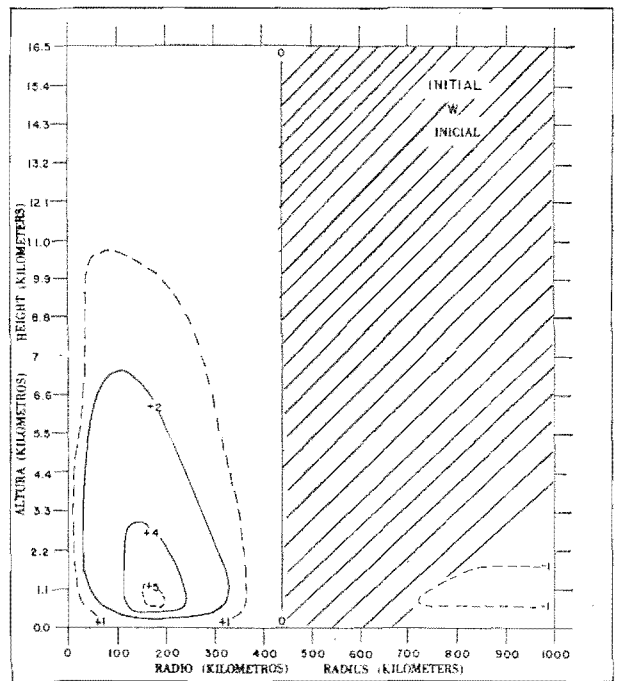


Fig. 2d.

Fig. 2. Inicial, (a) viento tangencial ($m\text{-seg}^{-1}$), (b) líneas de corrientes meridionales (espaciamento de líneas de corriente no proporcional a velocidad), (c) velocidad radial ($m\text{-seg}^{-1}$), (d) velocidad vertical ($cm\text{-seg}^{-1}$).

Fig. 2. Initial, (a) tangential wind ($m\text{-sec}^{-1}$), (b) meridional streamlines (spacing of streamlines not proportional to speed), (c) radial velocity ($m\text{-sec}^{-1}$), (d) vertical velocity ($cm\text{-sec}^{-1}$).

a gran escala. La intensidad media del sistema no cambió de modo significativo durante el período de 6-horas en que se realizó la integración.

En el Experimento II se liberó calor latente según las reglas previamente descritas y los resultados obtenidos se ilustran en las Figs. 3-8. Después de dos horas (Fig. 3), un anillo de descenso rodea al centro del vórtice (Fig. 3a) y aparecen dos máximos de ese movimiento (Fig. 6a) separados por 200 Km ($5 \Delta r$), siendo el ascenso máximo de 18

lution. The average intensity of the system did not change significantly during the six-hour period over which the integration was performed.

In Experiment II, latent heat was released according to the rules described previously. The results obtained from Experiment II are illustrated by Figs. 3-8. After two hours (Fig. 3), a ring of subsidence surrounds the vortex center (Fig. 3a). Two maxima of descent (Fig. 6a), separated by 200 Km ($5 \Delta r$), are present. Maximum ascent is 18

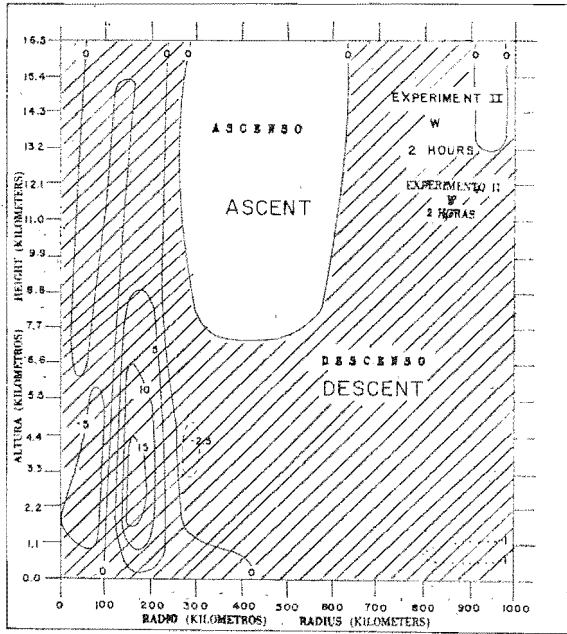


Fig. 3a.

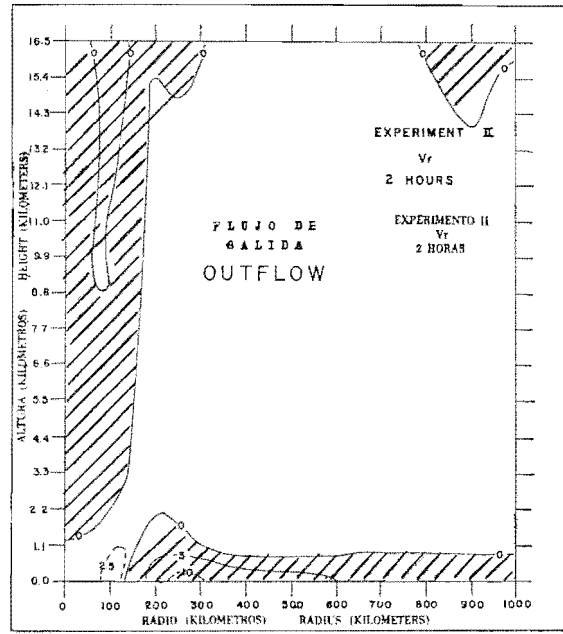


Fig. 3b.

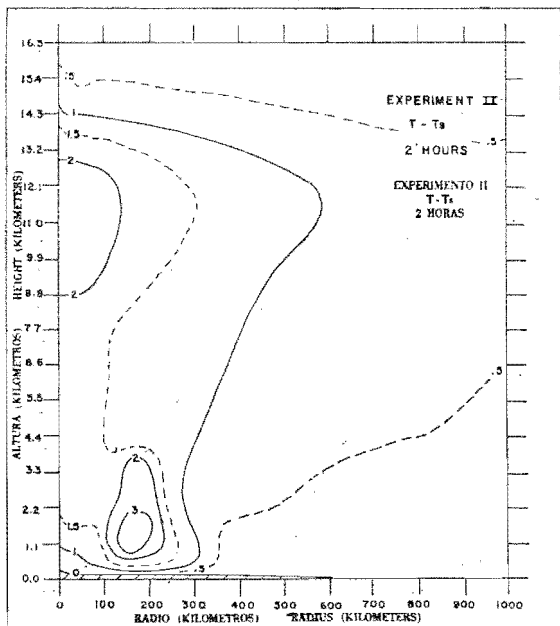


Fig. 3c.

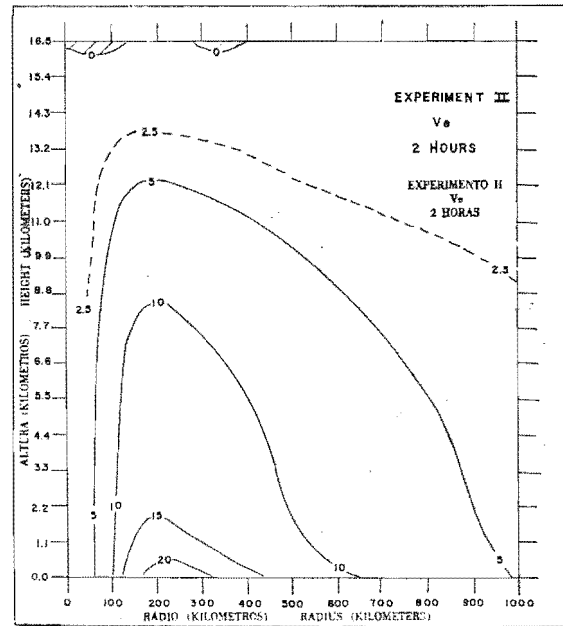


Fig. 3d.

Fig. 3. Experimento II, dos horas, (a) velocidad vertical ($\text{cm}\cdot\text{seg}^{-1}$), (b) velocidad radial ($\text{m}\cdot\text{seg}^{-1}$), (c) anomalía de temperatura ($T-T_s$) en grad. C, (d) viento tangencial ($\text{m}\cdot\text{seg}^{-1}$).

Fig. 3. Experiment II, two hours, (a) vertical velocity ($\text{cm}\cdot\text{sec}^{-1}$), (b) radial velocity ($\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}$), (c) temperature anomaly ($T-T_s$) in degs. C, (d) tangential wind ($\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}$).

cm/sec⁻¹. Se considera más angosta el área horizontal donde prevalece el ascenso que en el instante inicial.

El calentamiento debido a liberación de calor latente en el aire ascendente se muestra claramente en el campo de temperatura (Fig. 3c). A nivel del mar, como respuesta a corriente entrante adiabática, se ha producido enfriamiento y a las dos horas, la presión central (Fig. 7) ha disminuido a 998 mb.

Los vientos tangenciales (Fig. 3d) se han reforzado en las capas bajas, siendo ahora el máximo de v_{θ} de 22.5 m/sec⁻¹ en comparación a un máximo inicial de 15.3 m/sec⁻¹. Algu-

cm/sec⁻¹. The horizontal area over which ascent prevails is considerably narrower than at the initial instant.

Warming, due to the release of latent heat in the ascending air, is clearly shown in the temperature field (Fig. 3c). At sea-level cooling has occurred in response to adiabatic inflow. By two hours, the central pressure (Fig. 7) has decreased to 998 mb.

The tangential winds (Fig. 3d) have strengthened in the low layers. The maximum v_{θ} is now 22.5 m/sec⁻¹ as compared to an initial maximum of 15.3 m/sec⁻¹. Some

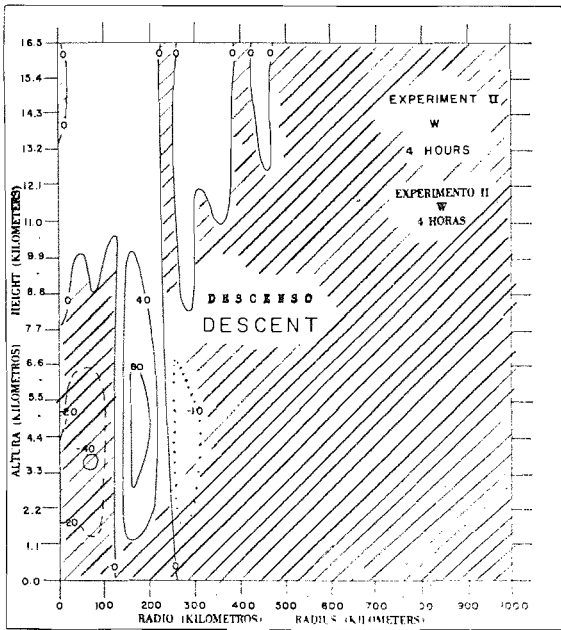


Fig. 4a.

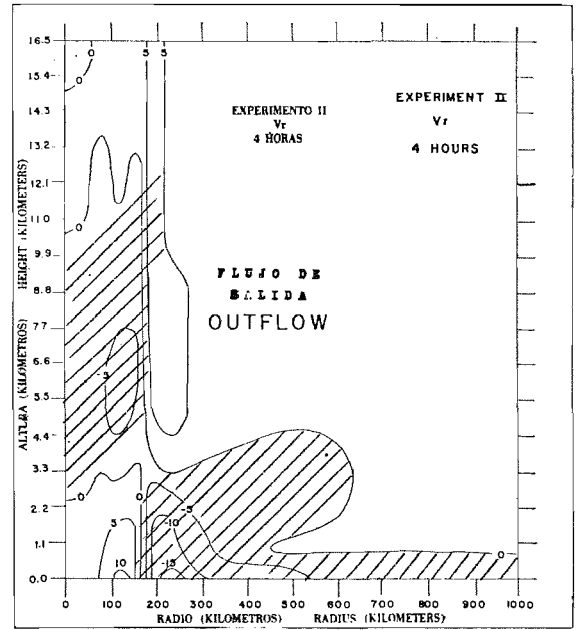


Fig. 4b.

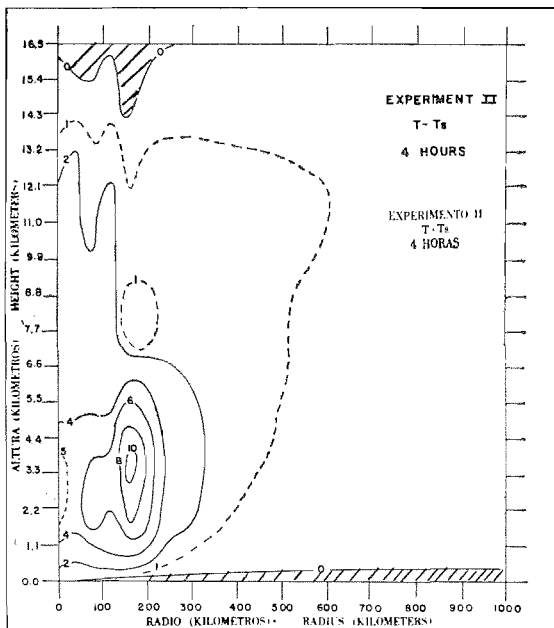


Fig. 4c.

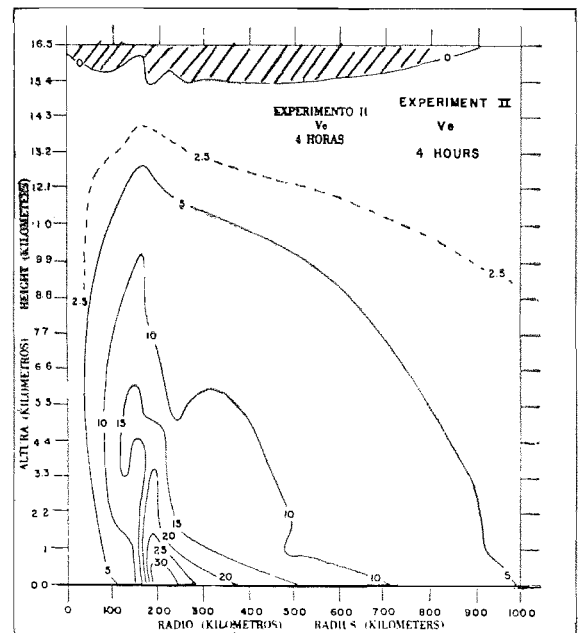


Fig. 4d.

Fig. 4. Igual a Fig. 3 pero para cuatro horas.

Fig. 4. Same as Fig. 3 but for four hours.

nas manchas de v_{θ} negativo aparecen en la tropósfera superior, como producto de corrientes de salida con momento angular absoluto constante.

A las cuatro horas, la anchura de la principal corriente ascendente (Fig. 4a) todavía se ha reducido más, aunque la distancia entre ambos máximos de descenso sea de 200 Km. El movimiento ascendente máximo es de 96 cm/seg^{-1} mientras el descenso a bajo nivel, cerca del centro del vórtice, se ha reforzado hasta 38 cm/seg^{-1} y también considerablemente las velocidades radiales a bajo nivel (Fig. 4b). Se encuentra

patches of negative v_{θ} appear in the upper troposphere. These are produced by outflow at constant absolute angular momentum.

By four hours, the width of the main ascending current (Fig. 4a) has become even smaller. However, the distance between the two maxima of subsidence remains 200 Km. Maximum upward motion is 96 cm/seg^{-1} . Low-level descent, near the vortex center, has become as strong as 38 cm/seg^{-1} . The low-level radial velocities (Fig. 4b) have strengthened considerably. Extremely strong, low-level

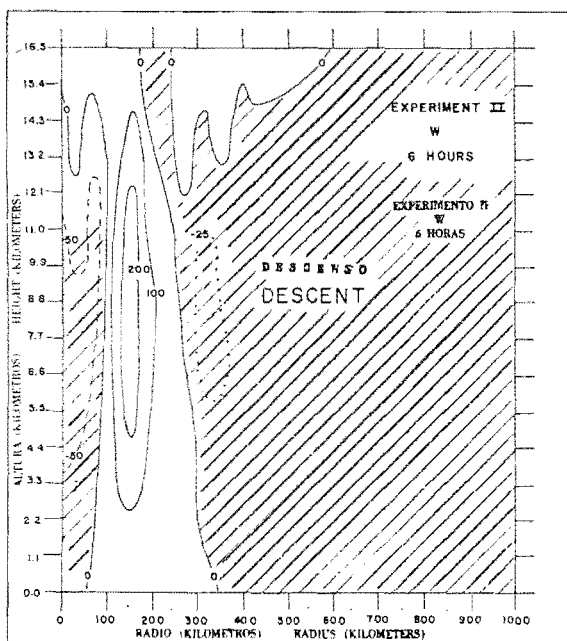


Fig. 5a.

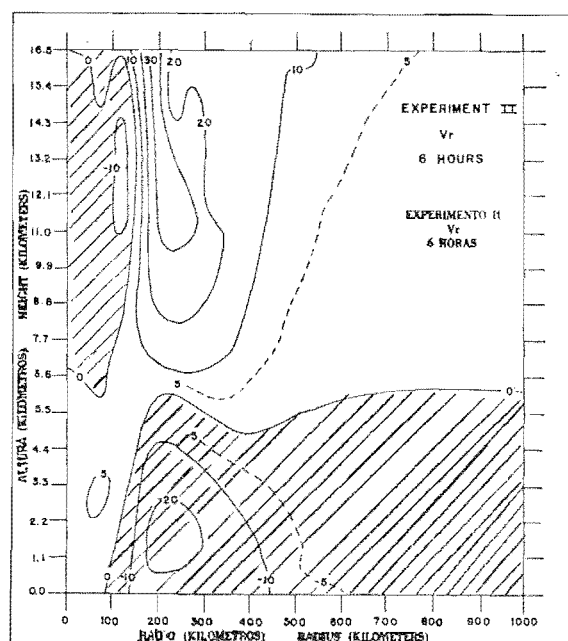


Fig. 5b.

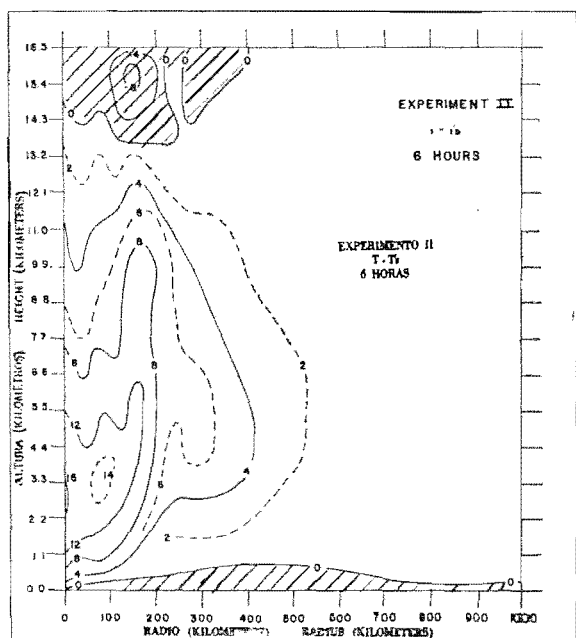


Fig. 5c.

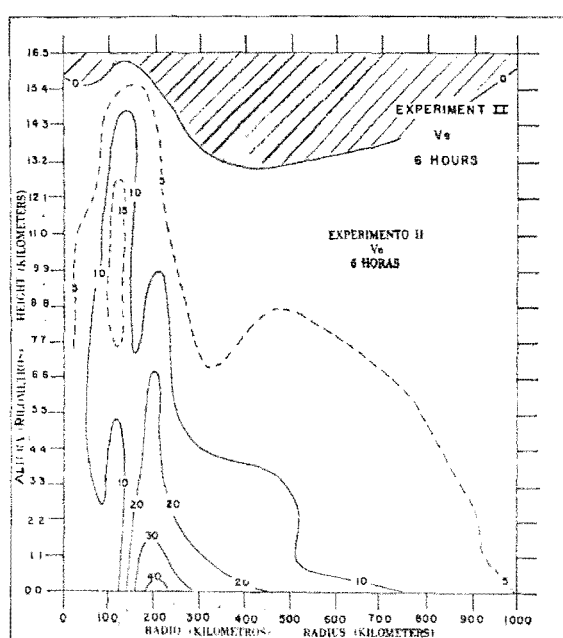


Fig. 5d.

Fig. 5. Igual a Fig. 3 pero para seis horas.

Fig. 5. Same as Fig. 3 but for six hours.

convergencia al mismo nivel extremadamente fuerte cerca de un radio de 180 Km. En respuesta al ascenso pseudo-adiabático han aumentado marcadamente las anomalías de temperatura troposférica (Fig. 4c), ocurriendo valores hasta de 10 C. En el aire hay enfriamiento producido por ascenso con estabilidad estática absoluta y en el centro del vórtice descenso que produce notables alzas de temperatura. Cerca del nivel del mar la corriente de entrada adiabática continúa manteniendo una delgada capa de aire frío y en general, los gradientes de temperatura original son más fuertes a las cuatro-

convergence is found near a radius of 180 Km. In response to the pseudo-adiabatic ascent, lower tropospheric temperature anomalies have increased markedly (Fig. 4c). Values as high as 10 C occur. Aloft, we find cooling which is produced by ascent with absolute static stability. At the vortex center, subsidence has produced marked temperature rises. Close to sea level, adiabatic inflow continues to maintain a shallow layer of cool air. On the whole, horizontal-temperature gradients are much stronger at four-hours than at the initial instant. Disturbances, with wave length, $2 \Delta r$,

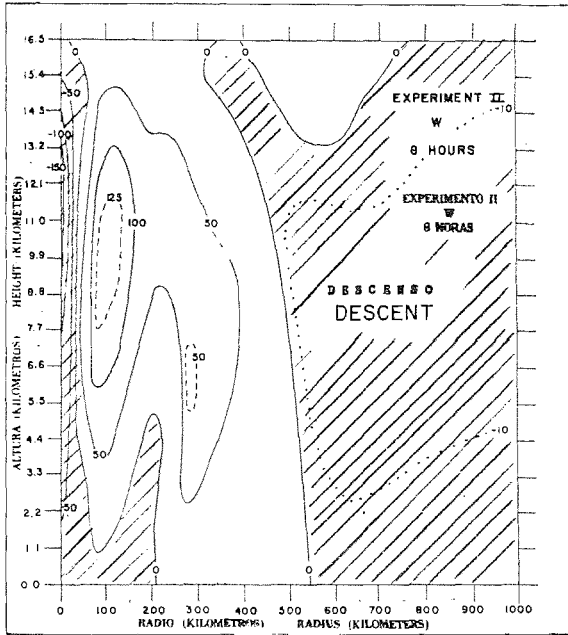


Fig. 6a.

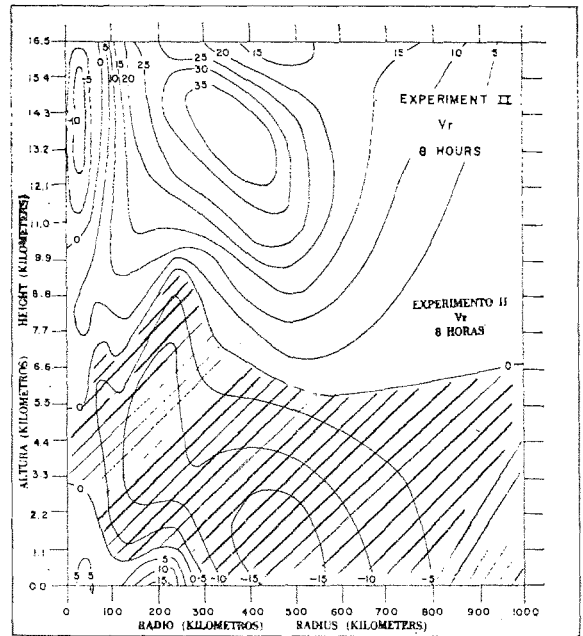


Fig. 6b.

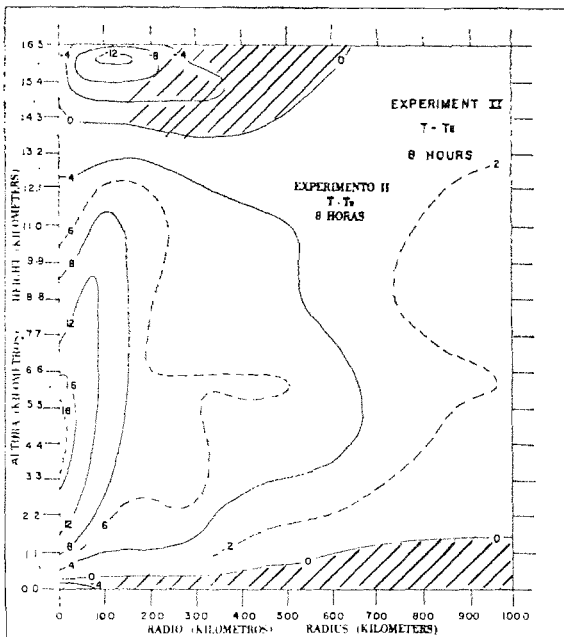


Fig. 6c.

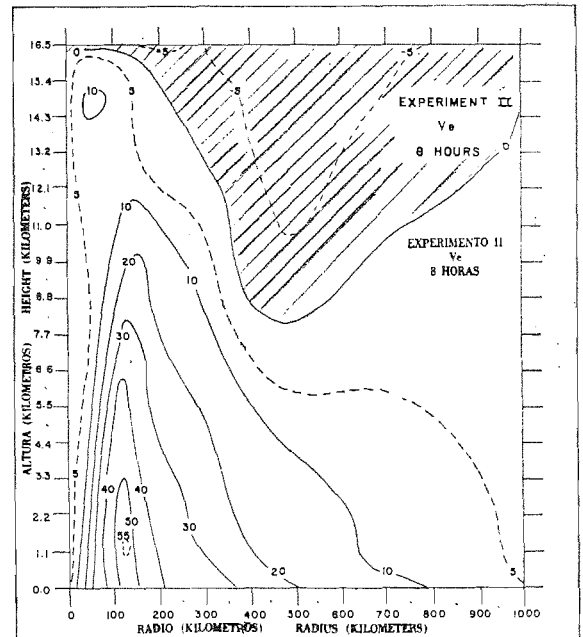


Fig. 6d.

Fig. 6. Igual a Fig. 3 pero para ocho horas.

Fig. 6. Same as Fig. 3 but for eight hours.

horas que en el instante inicial. Quedan evidentes perturbaciones con longitud de onda $2 \Delta r$ en el campo de temperatura, aunque no llegan a ser la perturbación dominante. También el perfil de presión a nivel del mar (Fig. 7) muestra una componente de pequeña amplitud, $2 \Delta r$. A las cuatro horas la presión central es de 992 mb y la presión inferior de 990 mb. El mayor valor de v_θ (Fig. 4d) es ahora de 33.5 m/seg⁻¹. En la alta tropósfera la capa de v_θ negativo continúa desarrollándose.

are clearly present in the temperature field. They are not, however, the dominant disturbances. The sea-level pressure profile (Fig. 7) also shows a small amplitude, $2 \Delta r$ component. The central pressure at four-hours is 992 mb and the lowest pressure is 990 mb. The largest value of v_θ (Fig. 4d) is now 33.5 m/sec⁻¹. In the high troposphere, the layer of negative v_θ has continued to develop.

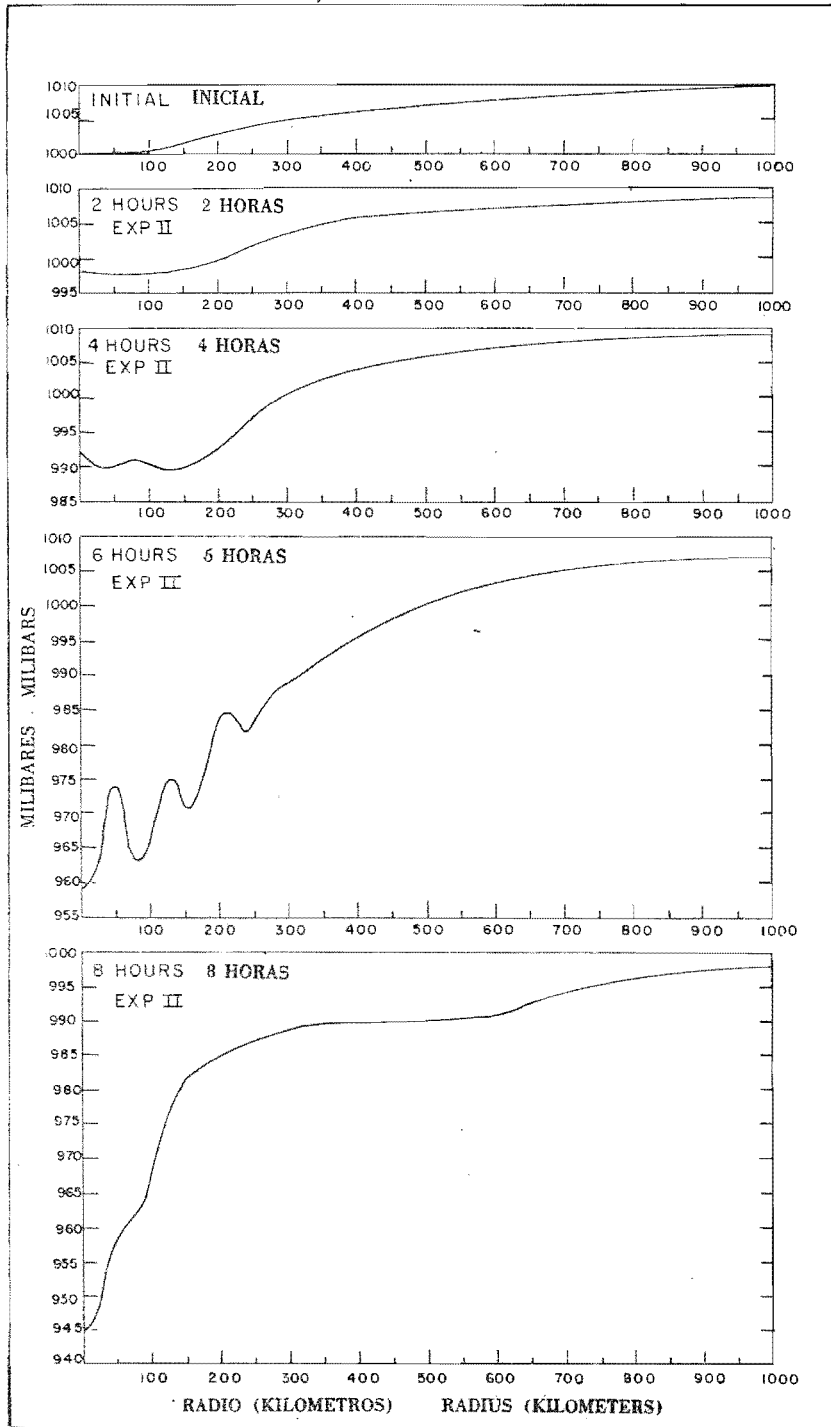


Fig. 7. Experimento II, presión a nivel del mar como función del radio a intervalo de dos-horas.

Fig. 7. Experiment II, sea-level pressure as a function of radius at two-hour intervals.

Después de seis horas el mayor ω positivo es de 295 $\text{cm}/\text{seg}^{-1}$ (Fig. 5a) y también se ha intensificado un descenso cerca del centro del vórtice que llega hasta 90 $\text{cm}/\text{seg}^{-1}$. Nótese el aumento en anchura de la corriente ascendente que ha tenido lugar entre las cuatro y seis horas. La distancia entre los dos centros de descenso máximo es ahora de 320 Km ($8 \Delta r$). El sondeo a través del aire ascendente (que no se reproduce) impide que el índice del lapso iguale al índice de lapso-proceso excepto en las capas bajas, donde alguna inestabilidad condicional todavía existe. En la alta tropósfera aún prevalece cierta estabilidad absoluta.

El aumento en escala de la configuración del movimiento vertical es, pues, un reflejo de la menor inestabilidad gravitacional y del aumento simultáneo de baroclinicidad (Fig. 5c). También es importante la disminución en velocidad rotacional comprobada por la creciente deformación anticiclónica en bajos niveles y el aumento de rotación anticiclónica en altos niveles (Fig. 5d). A las seis horas la profundidad de la corriente de entrada a bajo nivel (Fig. 5b) aumentó notablemente, haciéndose muy fuertes las velocidades radiales. En el aire los valores de la circulación de salida alcanzaron 34 m/seg^{-1} . Las anomalías de temperatura (Fig. 5c) aumentaron substancialmente y como ya se notó, es muy fuerte el gradiente de temperatura radial. En el aire encontramos enfriamiento continuo debido a corriente ascendente estáticamente estable, siendo la velocidad tangencial máxima (Fig. 5d) de 44 m/seg^{-1} . La región de nivel superior de v_{θ} negativo se ha hecho más gruesa e intensa y como ya se dijo, las deformaciones anticiclónicas fuertes se han desarrollado en la tropósfera más baja. El perfil de presión a nivel del mar (Fig. 7), las anomalías de temperatura (Fig. 5c) y las velocidades tangenciales (Fig. 5d) muestran todas componentes $2\text{-}\Delta r$ significantes. Sin embargo, estos rasgos a menor escala no son ciertamente dominantes y en el perfil de presión (Fig. 7), por ejemplo, una clara configuración a gran escala destaca de las oscilaciones a pequeña escala. A las ocho horas (Fig. 6) hubo un cambio drástico en el carácter del sistema, que refleja que la inestabilidad gravitacional ya no tiene importancia. El índice de lapso en el aire ascendente se ha hecho estáticamente neutral excepto en la más alta tropósfera donde continúa siendo incondicionalmente estable. Los efectos combinados de la inestabilidad baroclínica (ver Fig. 6c), de la débil inestabilidad inercial en las capas bajas y de la inestabilidad inercial en la alta tropósfera (ver Fig. 6d) son ahora los factores importantes. Los rasgos a pequeña escala en el campo de temperatura (Fig. 6c), en el campo de v_{θ} (Fig. 6d) y el perfil de presión a nivel del mar (Fig. 7), en su mayor parte, han desaparecido. Las velocidades radiales (Fig. 6b) así como la subsidencia en el centro del vórtice, son, desde luego, demasiado intensas para ser realistas. La presión central del sistema (Fig. 7) es ahora de 945 mb y la máxima v_{θ} (Fig. 6d) es ahora de 55 m/seg^{-1} . Nótese que la región de la máxima de v_{θ} se ha movido hacia el centro de la tormenta.

La Figura 8 muestra los trazos semi-logarítmicos de tiempo de la máxima w y de v_{θ} . Notamos que entre una y cinco

After six hours, the largest positive ω is 295 $\text{cm}/\text{sec}^{-1}$ (Fig. 5a). Subsidence close to the vortex center has also intensified; descent as strong as 90 $\text{cm}/\text{sec}^{-1}$ is present. Note the increase in the width of the ascending current which has occurred between four and six hours. The distance between the two centers of maximum descent is now 320 Km ($8 \Delta r$). Soundings through the ascending air (not reproduced here) show the lapse rate to be very nearly the process-lapse rate except in the low layers where some conditional instability is still present. In the high troposphere, some absolute stability still prevails.

The increase in scale of the vertical motion pattern, is therefore, a reflection of the decreased gravitational instability coupled with a simultaneous increase in the baroclinicity (Fig. 5c). Also of importance is a decrease in the rotational stability evidenced by increasing anticyclonic shear in the low levels and increasing anticyclonic rotation in the upper levels (Fig. 5d). By six hours, the depth of the low-level inflow (Fig. 5b) has markedly increased. The radial velocities have become quite strong. Aloft, outflow values reach 34 m/sec^{-1} . Temperature anomalies (Fig. 5c) have increased substantially and, as noted earlier, the radial temperature gradient is quite strong. Aloft, we find continued cooling due to the ascent of statically stable air. The maximum tangential velocity (Fig. 5d) is 44 m/sec^{-1} . The upper-level region of negative v_{θ} has become thicker and more intense. As noted earlier, strong anticyclonic shears have developed in the lower troposphere. The sea-level pressure profile (Fig. 7), the temperature anomalies (Fig. 5c) and the tangential velocities (Fig. 5d) all show significant $2\text{-}\Delta r$ components. Again, however, these small-scale features certainly are not dominant. In the pressure profile (Fig. 7), for example, a distinct large-scale pattern clearly stands out from the small-scale oscillations. By eight hours (Fig. 6), a drastic change in the character of the system has taken place. This change reflects the fact that gravitational instability is no longer of importance. The lapse rate in the ascending air has become statically neutral except in the very high troposphere where it continues to be unconditionally stable. The combined effects of baroclinic instability (see Fig. 6c), weak inertial instability in the high troposphere (see Fig. 6d) are now the important factors. The small-scale features in the temperature field (Fig. 6c), the field of v_{θ} (Fig. 6d) and the sea-level pressure profile (Fig. 7) have, for the most part, vanished. The radial velocities (Fig. 6b), as well as the subsidence at the vortex center, are, of course, much too intense to be realistic. The central pressure of the system (Fig. 7) is now 945 mb and the maximum v_{θ} (Fig. 6d) is 55 m/sec^{-1} . Note that the region of maximum v_{θ} has migrated in toward the storm center.

Figure 8 shows semi-logarithmic, time-plots of the maximum w and the maximum v_{θ} . We note that between one

horas v_θ y w tienden ambas a seguir las leyes del crecimiento exponencial. Durante ese período, el índice de crecimiento para w es de $2.4 \times 10^{-4} \text{ seg}^{-1}$, que concuerda en general bastante bien (ver, por ejemplo, D. K. Lilly, s.f.) con los que uno esperaría de la teoría lineal para un estado barotrópico de base con inestabilidad gravitacional en una longitud de onda de cerca de 200 Km. El índice de crecimiento para v_θ entre la primera y quinta horas es de $5.3 \times 10^{-5} \text{ seg}^{-1}$. La diferencia entre los índices de crecimiento de w y v_θ parecería indicar que los mecanismos baroclínico y no-lineal tienen un papel mucho más importante para determinar v_θ que para determinar w . También parecería que la divergencia de la ley del crecimiento exponencial que tiene lugar cinco horas después indica un cambio fundamental en el mecanismo dominante físico.

En comparación con los verdaderos huracanes, el Experimento II muestra espesamiento demasiado rápido y una circulación meridional demasiado intensa, resultando muy du-

and five hours, v_θ and w both tend to follow exponential growth laws. Over this period, the growth rate for w is $2.4 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$. This growth rate agrees fairly well (see, for example, Lilly, D. K. n.d.) with what one would expect from linear theory for a barotropic base state with gravitational instability at a wave length of about 200 Km. The growth rate for v_θ between one and five hours, is $5.3 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$. The difference between the w - and v_θ - growth rates would seem to indicate that non-linear and baroclinic mechanisms play a much more important role in determining v_θ than in determining w . It would also seem that the departure from the exponential growth law, which takes place after five hours, indicates a fundamental change in the dominant physical mechanisms.

In comparison to real hurricanes, Experiment II shows deepening which is much too rapid and a meridional circulation which is much too intense; it is highly doubtful

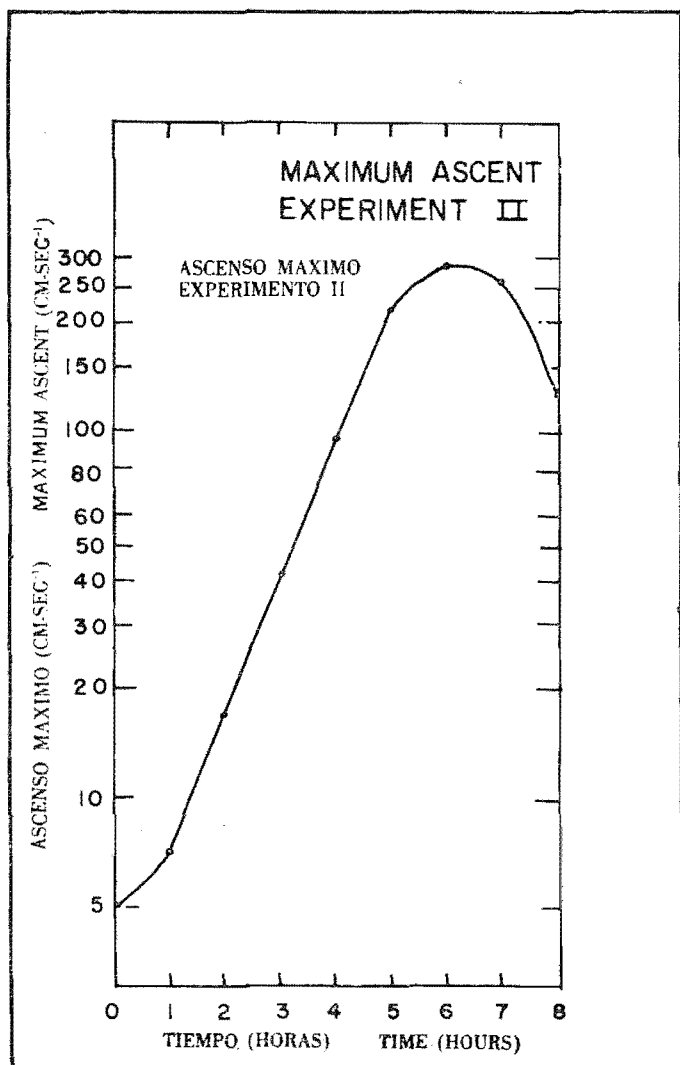


Fig. 8a.

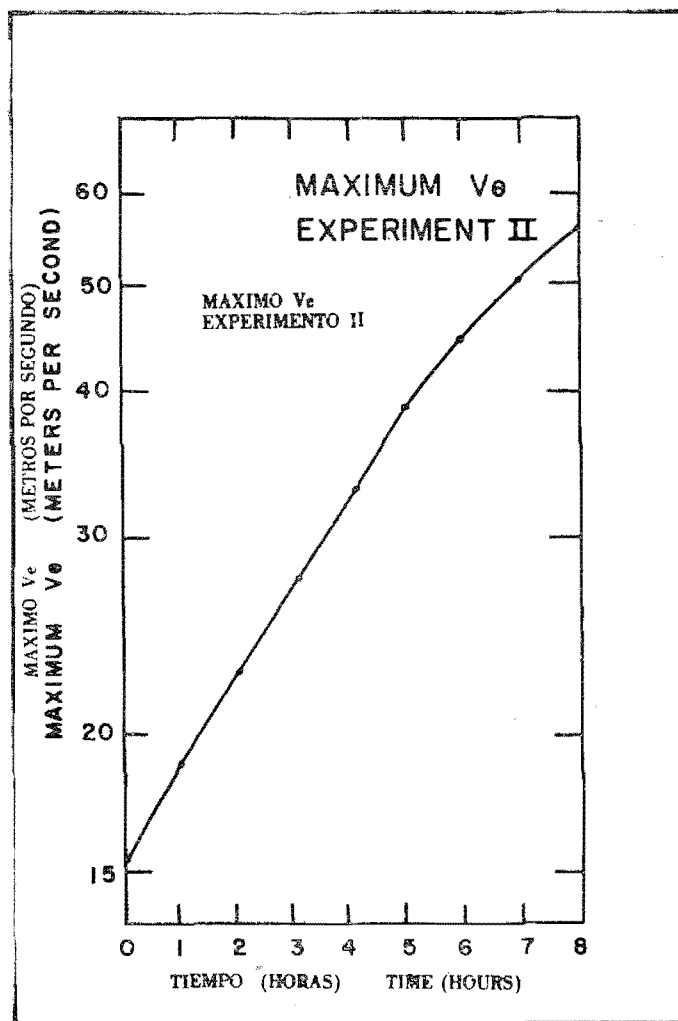


Fig. 8b.

Fig. 8. Experimento II, (a) ascenso máximo (cm-seg⁻¹) como función del tiempo, (b) viento tangencial máximo (m-seg⁻¹) como función del tiempo.

Fig. 8. Experiment II, (a) maximum ascent (cm-sec⁻¹) as a function of time, (b) maximum tangential wind (m-sec⁻¹) as a function of time.

doso que la circulación de salida a 35 m/seg^{-1} o subsidencial del orden de 200 cm/seg^{-1} pueda realmente encontrarse en una verdadera tormenta.

Para valorar el efecto de fricción deben realizarse muchos experimentos adicionales. El Experimento III incluye fricción de superficie, cambio aire-mar de calor sensible (con esta cantidad cero en el instante inicial) y mezcla vertical de calor y momento. Después de cinco horas, este experimento dio una circulación meridional mucho más intensa que en el Experimento II, cuyas velocidades radial y vertical características fueron de dos a tres veces mayores en el Experimento III. La configuración del flujo y de la circulación térmica, sin embargo, fueron casi las mismas en ambos experimentos, por lo cual se hicieron tres experimentos adicionales que comprendían mezcla lateral con valores diferentes para los coeficientes de intercambio lateral. En su mayor parte los términos de mezcla lateral tendían a contrabalancear los términos de mezcla vertical. A pesar de ello, las circulaciones meridionales en tales experimentos fueron demasiado intensas para ser realistas.

SUMARIO Y CONCLUSIONES

En el Experimento II, un vórtice bastante débil inicialmente se intensificó y superó a la intensidad del huracán por un margen considerable. Dicha intensificación tuvo lugar demasiado rápidamente y la circulación meridional que se desarrolló era muy intensa. Cuando se agregaron la fricción de superficie y la mezcla vertical, la circulación meridional se hizo aún más intensa y el campo de presión se espesó de modo rápido. La mezcla lateral tendió a disminuir el desarrollo del sistema aunque sólo se produjo un retardo temporal al prepararse una circulación meridional inaceptablemente intensa.

Parece que la intensificación excesivamente vigilada del vórtice se debe a un flujo básico al preparar el experimento. Una fuente obvia de dificultades es la suposición de que todo aire ascendente está saturado con vapor de agua. Por supuesto, eso puede remediarse agregando una ecuación de continuidad para vapor de agua. Otra posible segunda dificultad es el requisito de que la frontera superior sea rígida y se levante al paso del desarrollo del sistema, pues las presiones caerían menos rápidamente, el desarrollo se haría más despacio y las velocidades meridionales podrían no alcanzar los enormes valores obtenidos en los experimentos arriba mencionados.

BIBLIOGRAFIA

- ELIASSEN, A. 1952. Slow Thermally or Frictionally Controlled Meridional Circulations in a Circular Vortex. *Astrophysica Norvegica*, 5(2):19-60.
 — 1960. Remarks on the Problem of Long Range Weather Prediction. In *Dynamics of Climate*. New York (Pergamon Press), pp. 37-43.
 — 1958. On the Formation of Fronts in the Atmosphere. In *The Atmosphere and Sea in Motion*. New York (Rockefeller Institute Press), pp. 425-439.
 ESTOQUE, M. A. 1962. Vertical and Radial Motions in a Tropical Cyclone. *Tellus*, 14(4):394-402.

that outflow of 35 m/seg^{-1} or subsidence on the order of 200 cm/seg^{-1} would ever be found in a real storm.

To assess the effect of friction, several additional experiments were performed. Experiment III included surface friction, air-sea exchange of sensible heat (with this quantity zero at the initial instant) and vertical mixing of heat and momentum. After five hours, this experiment gave a meridional circulation which was even more intense than that of Experiment II; characteristic radial and vertical velocities were 2 to 3 times greater in Experiment III. The configuration of the flow and thermal patterns were, however, about the same for the two experiments. Three additional experiments which included lateral mixing with different values for the lateral Austausch coefficient were performed. For the most part, the lateral mixing terms tended to counter balance the vertical mixing terms. Nevertheless, the meridional circulations in these experiments were too intense to be realistic.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

In Experiment II, a vortex which was initially fairly weak intensified and surpassed hurricane intensity by a considerable margin. This intensification occurred much too rapidly and the meridional circulation which evolved was much too intense. When ground friction and vertical mixing were added, the meridional circulation became even more intense and the pressure field deepened even more rapidly. Lateral mixing tended to slow down the development of the system. However, this provided only a temporary delay in the generation of an unacceptably intense meridional circulation.

It appears that the over-zealous intensification of the vortex is due to a basic flaw in the design of the experiment. One obvious source of this difficulty is the assumption that all ascending air is saturated with water vapor. This, of course, can be remedied by including an equation of continuity for water vapor. A second possible difficulty is the requirement that the upper boundary be rigid and isobaric. If the tropopause over the storm center were allowed to rise as the system developed, pressures would drop less rapidly, the development would proceed more slowly and the meridional velocities might not reach the enormous values obtained in the experiments described above.

BIBLIOGRAPHY

- KASAHARA, A. 1961. A Numerical Experiment on the Development of a Tropical Cyclone. *Jour. Meteorology*, 18(3):259-282.
- 1960. The Development of Forced Convection Caused by the Released Latent Heat of Condensation in a Hydrostatic Atmosphere. Technical Report 14, Contract Cwb-9941. Department of Meteorology. The University of Chicago. 42 pp.
- KUO, H. L. 1956. Forced and Free Axially Symmetric Convection Produced by Differential Heating in a Rotating Fluid. *Jour. Meteorology*, 13(6):521-527.
- 1960. On the Initiation of Tropical Depressions and Convection in a Conditionally Unstable Atmosphere. N.H.R.P. Report No. 40, 46 pp.
- 1962. Mechanism Leading to Hurricane Formation. N.H.R.P. Report No. 50, pp. 277-283.
- LILLY, D. K. 1960. On the Theory of Disturbances in a Conditionally Unstable Atmosphere. Scientific Report, Contracts Cwb-9395 and Cwb-9683, Department of Meteorology, Florida State University, 106 pp.
- 1961. A Proposed Staggered Grid System for Numerical Integration of Dynamic Equations, *Mo. Weather Rev.*, 89(3):59-65.
- MILLER, B. I. 1962. On the Momentum and Energy Balance of Hurricane Helene (1958), N.H.R.P. Project Report No. 53, 19 pp.
- S.f. N.d. On the Filling of Tropical Cyclones Over Land (Para publicarse como Informe del Proyecto Nacional de Investigación de Huracanes) (To be published as a National Hurricane Research Project Report).
- RIEHL, H. & J. MALKUS, 1951. Some Aspects of Hurricane Daisy, 1958. N.H.R.P. Project Report No. 46, 53 pp.
- RICHTMYER, R. D. 1954. *Difference Methods for Initial Value Problems*. New York Interscience Publishers), 238 pp.
- ROSENTHAL, S. L., s.f. n.d. On the Problem of the Diagnostic Calculation of Vertical and Radial Motions in a Wet Vortex. (Enviado para publicarse en el *Monthly Weather Review*) (Paper submitted for publication to the *Monthly Weather Review*).
- SYONO, S. 1962. A Numerical Experiment of the Formation of Tropical Cyclones. In *Proc. International Symposium Numer. Weather Prediction, Tokyo, Nov. 7-13, 1960*.
- YANAI, M. 1961. Dynamical Aspects of Typhoon Formation. *Jour. Meteor. Soc. Japan* 39(5):282-309.

