

UN METODO ESTADISTICO PARA DETERMINAR LA DIRECCION FINAL DEL MOVIMIENTO DE DESLIZAMIENTO EN EL MECANISMO DE TEMBLORES

S. G. FERRÁES * *

RESUMEN

La existencia de métodos analíticos para determinar la "dirección de movimiento" para una fuente de tipo I, p. ej., un par de dos fuerzas iguales y opuestas con inercia actuante en el foco del temblor usando la onda S observada, hace necesario derivar un método para determinar la dirección final de la línea del movimiento de deslizamiento. El propósito del presente trabajo es dar un método estadístico para derivar fórmulas para computar los cosenos direccionales de la línea de dirección final de la "dirección de movimiento" para un temblor dado, suponiendo que un conjunto de direcciones individuales de la línea del vector del movimiento de deslizamiento sea bien conocido. Para ello usamos el coseno del ángulo en el espacio entre la dirección final y cualquiera dirección individual del vector del movimiento de deslizamiento. Fácilmente se obtiene una relación entre el promedio final de direcciones de movimiento y cualquiera dirección de movimiento individual de una muestra de "n" direcciones \vec{F}_i de movimiento individuales computadas usando la definición de desviación standard; así, imponiendo la condición de que la desviación standard sea mínima, obtenemos finalmente ecuaciones para computar los cosenos direccionales de la dirección final promedio de la línea del vector del movimiento de deslizamiento.

INTRODUCCION

El amplio trabajo realizado al analizar el mecanismo de temblores por el estudio del movimiento de la onda S tiende a justificar que es posible determinar la línea del movimiento generador para el mecanismo de afallamiento de dos fuerzas con momento, iguales y opuestamente dirigidas.

El problema de encontrar la posición de la línea de la "dirección de movimiento" en estudios de mecanismos de temblores tiene dos partes que son importantes. Una es la determinación de la posición de la dirección de movimiento individual y otra es la determinación de la orientación del promedio final de dirección de movimiento.

Para obtener la dirección individual de la línea del vector del movimiento de deslizamiento en los cálculos pueden usar-

* Instituto de Geofísica, U.N.A.M.

A STATISTICAL METHOD TO DETERMINE THE FINAL DIRECTION OF THE SLIP-MOTION IN EARTHQUAKE MECHANISM

S. G. FERRÁES * *

ABSTRACT

The existence of analytical methods to determine the "direction of motion" for a source of type I, i.e., a couple of two equal and opposite forces with moment acting at the focus of the earthquake using the observed S wave, make it necessary to derive a method which determines the final direction of the line of the slip-motion. The purpose of the present paper is to give a statistical method to derive formulae to compute the directional cosines of the line of the final direction of the "motion direction" for a given earthquake, assuming that a set of individual directions of the line of the slip-motion vector is well known. To do this we use the cosine of the angle in space between the final direction and any individual direction of the slip-motion vector. A relationship between the final average of directions of motion and any individual direction of motion is easily obtained using the definition of standard deviation of a sample of "n" individual computed directions of motion \vec{F}_i ; then, imposing the condition that the standard deviation is a minimum, we finally obtain equations to compute the directional cosines of the average final direction of the line of the slip-motion vector.

INTRODUCTION

Extensive work done in analyzing the earthquake mechanism by study of the motion of the S wave tends to justify that it is possible to determine the line of the generating motion for the faulting mechanism of two equal and oppositely directed forces with moment.

The problem of finding the position of the line of the "direction of motion" in earthquake mechanism studies has two parts which are important. There is the determination of the location of the individual direction of motion, and there is the determination of the orientation of the final average direction of motion.

To obtain the individual direction of the line of the slip-motion vector calculations can be performed using the prac-

* Institute of Geophysics, U.N.A.M.

se procedimientos prácticos señalados por Adams (1958) o Ferráes (1962). Aplicando estos métodos a los datos de cualquier temblor obtenemos un conjunto de direcciones de movimiento individuales del vector del movimiento de deslizamiento; ahora, si el mecanismo que hemos postulado es operante, puede suponerse que el verdadero vector del movimiento de deslizamiento del movimiento que causa dicho temblor es único. En consecuencia, es necesario determinar un método para obtener el promedio de dirección de todas las posibles direcciones individuales de la línea del vector del movimiento de deslizamiento.

Este trabajo sólo se referirá a la determinación de ecuaciones para computar los cosenos direccionales del promedio final de direcciones de la línea del vector del movimiento de deslizamiento. Para ilustrar la situación consideremos en el foco del temblor dato un sistema de coordenadas rectangulares izquierdas \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} . Dichos ejes representan el norte, el este y el zenit respectivamente (Fig. 1).

El eje \bar{x} de otro sistema de coordenadas rectangulares izquierdas se selecciona para coincidir con la dirección de la línea del vector del movimiento de deslizamiento y el plano \bar{xy} se escoge para contener el par. Los cosenos direccionales de las direcciones individuales calculadas del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento se refieren a los ejes \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} .

Después que aplicamos los procedimientos prácticos y hacemos todos los cálculos para el conjunto de estaciones disponibles, los resultados finales son un conjunto de "direcciones individuales calculadas" del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento.

DERIVACION TEORICA DE ECUACIONES

Aquí se supone que tenemos un conjunto de tres cosenos direccionales α_i , β_i y γ_i para dos estaciones cualesquiera dadas. El problema final es obtener fórmulas para calcular los cosenos direccionales λ , μ y ν del promedio final de direcciones \vec{F}_a del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento para un temblor dado.

Primeramente, la situación geométrica en el foco del temblor será considerada para encontrar una relación estadística analítica entre la dirección \vec{F}_a final y las direcciones \vec{F}_i individuales calculadas que se encuentren.

Considérese, como en la Fig. 2, que el origen de un sistema de coordenadas rectangulares izquierdas \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} , está situado en el foco del temblor, como en la Fig. 1. La dirección \vec{F}_a del verdadero vector del movimiento de deslizamiento que se ha supuesto y la dirección \vec{F}_i de un conjunto de direcciones individuales calculadas del vector del movimiento de deslizamiento están ilustradas por las flechas en la figura.

Ahora bien, sean α_i , β_i y γ_i los cosenos direccionales de las direcciones \vec{F}_i de movimiento individuales y λ , μ y ν los cosenos direccionales de la línea del promedio final de direc-

tical procedures given by Adams (1958) or Ferráes (1962). Applying these methods to the data for a given earthquake, we obtain a set of individual directions of motion of the slip-motion vector; now, if the mechanism that we have postulated is operative it is assumed that the true slip-motion vector of the motion causing the given earthquake is unique. Therefore, it is necessary to determine a method to obtain the average direction over all possible individual directions of the line of the slip-motion vector.

This paper will be concerned only with the determination of equations to compute the directional cosines of the final average direction of the line of the slip-motion vector. To illustrate the situation let us consider at the focus of the given earthquake a left-handed rectangular coordinate system \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} . These axes represent north, east, and zenith respectively (Fig. 1).

The \bar{x} -axis of another left-handed rectangular coordinate system is chosen to coincide with the direction of the line of the slip-motion vector, and the \bar{xy} plane is chosen to contain the couple. The directional cosines of the individual computed directions of the slip-motion vector \vec{F} are referred to the \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} axes.

After we applied the practical procedures and performed all the calculations for all the stations available, the final results are a set of "individual computed directions" of the slip-motion vector \vec{F} .

THEORETICAL DERIVATION OF EQUATIONS

Here it is assumed that we have a set of three directional cosines α_i , β_i , γ_i for any two stations given. The final problem is to obtain formulae to compute the directional cosines λ , μ , and ν , of the final average directions \vec{F}_a of the slip-motion vector \vec{F} for a given earthquake.

First, the geometrical situation at the focus of the earthquake will be considered and an analytical statistical relation between the final direction \vec{F}_a and the individual computed directions \vec{F}_i found.

Consider as in Fig. 2, that at the focus of the earthquake is situated the origin of a left-handed rectangular coordinate system \bar{x} , \bar{y} , and \bar{z} as in Fig. 1. The direction of the assumed true slip-motion vector \vec{F}_a and the direction \vec{F}_i of a set of computed individual directions of the slip-motion vector are illustrated by the arrows in the figure.

Now, let α_i , β_i , and γ_i be the directional cosines of the individual directions of motion \vec{F}_i , and let λ , μ , and ν be the directional cosines of the line of the final average

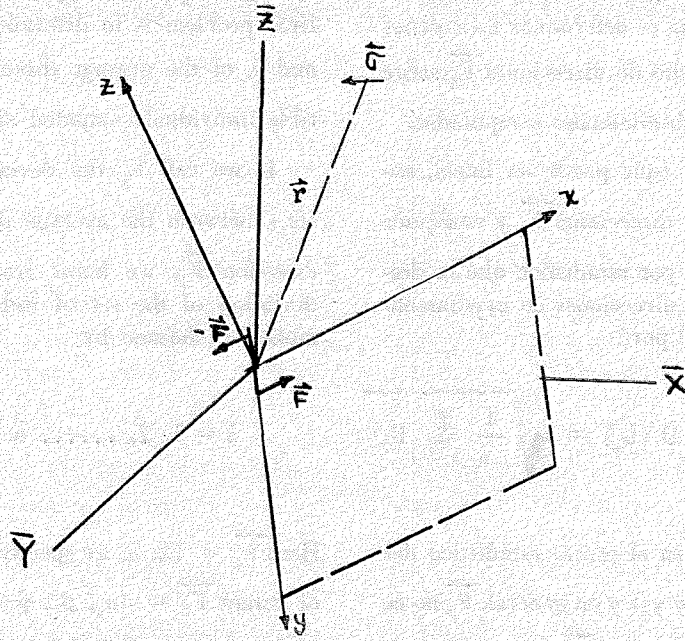


Fig. 1

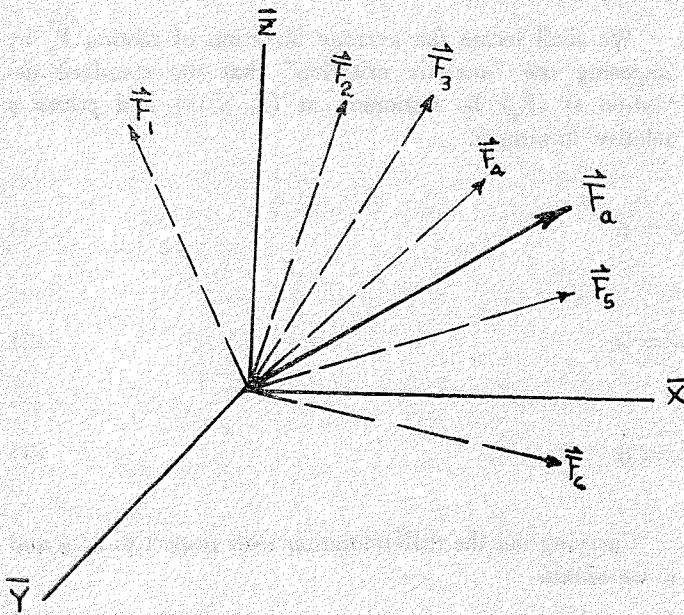


Fig. 2

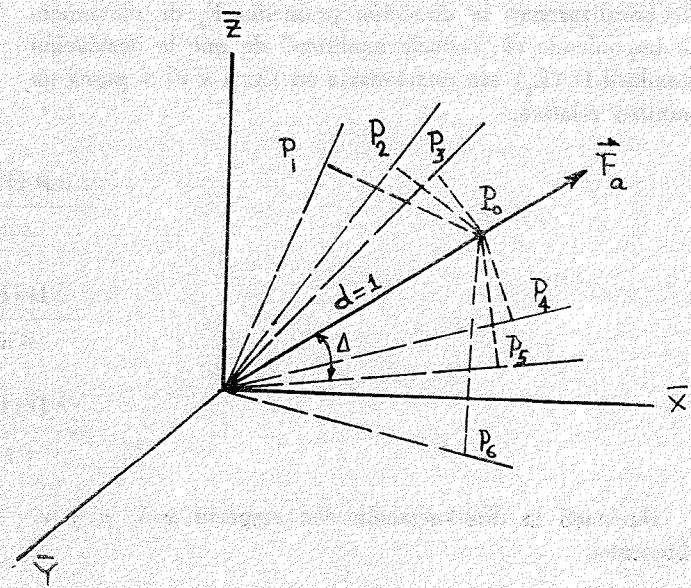


Fig. 3

rección \vec{F}_a del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento. Como sabemos, el problema último es determinar los cosenos direccionales λ , μ y ν del promedio de direcciones \vec{F}_a sobre todas las posibles direcciones \vec{F}_i individuales computadas.

Si llamamos E_i la desviación (que puede ser lineal, angular, etc.) entre el promedio de direcciones \vec{F}_a y cualquier dirección \vec{F}_i individual, sabemos por estadística que la desviación standard del conjunto de direcciones de movimiento individuales computadas se define por

$$D(E_a) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i^2}; \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde $\vec{F}_a = (\lambda, \mu, \nu)$ especifica el centro estadístico del conjunto de valores $\vec{F}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ y en general, \vec{F}_a no es el promedio aritmético de las direcciones \vec{F}_i de movimiento individuales. La desviación standard mide el alejamiento de los miembros del grupo \vec{F}_i respecto a su centro \vec{F}_a . Aquí estamos considerando solamente la desviación standard para una muestra "m" de estaciones, ya que en general la población es infinita, p. ej., el número de estaciones es infinito y en consecuencia, lo es el número de direcciones \vec{F}_i de movimiento individuales calculadas.

Localizaremos la dirección promedio \vec{F}_a de movimiento imponiendo el "criterio analítico" de que la desviación standard $D(E_a)$ sea estacionaria en (λ, μ, ν) y posea un mínimo relativo.

direction \vec{F}_a of the slip-motion vector \vec{F} . As we know, the final problem is to determine the directional cosines λ , μ , and ν , of the average directions \vec{F}_a averaged over all possible individual computed directions \vec{F}_i .

If we call E_i the deviation (may be linear, angular, etc.) between the average direction \vec{F}_a and any individual direction \vec{F}_i , we know from statistics that the standard deviation of the set of individual computed directions of motion is defined by

Here $\vec{F}_a = (\lambda, \mu, \nu)$ specify the statistical center of the set of values $\vec{F}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ and in general \vec{F}_a is not the arithmetical average of the individual direction of motion \vec{F}_i . The standard deviation is a measure of how far the members of the group \vec{F}_i are from their center \vec{F}_a . We are here considering only the standard deviation for a sample "m" of stations, since in general the population is infinite, e. i., the number of stations is infinite and therefore the number of computed individual directions of motion \vec{F}_i .

We shall locate the average direction of motion \vec{F}_a by imposing the "analytic criterion" that the standard deviation $D(E_a)$ be stationary at (λ, μ, ν) and possess a relative minimum.

$$\frac{\partial D(E_a)}{\partial \lambda} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial D(E_a)}{\partial \mu} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial D(E_a)}{\partial \nu} = 0 \tag{3}$$

Haciendo la diferenciación con respecto a λ , μ y ν , obtenemos

Carrying out the differentiation with respect to λ , μ and ν , we obtain

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0$$

o podemos escribir

or we can write

$$\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{i=1}^n E_i^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \sum_{i=1}^n E_i^2 \right\} = 0$$

que lleva a la ecuación condicional

which leads to the conditional equation

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2 \right\} = 0 \tag{4}$$

Similarmente obtenemos

Similarly, we obtain

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2 \right\} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial \nu} \left\{ E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2 \right\} = 0 \tag{6}$$

Las precedentes ecuaciones condicionales expresan la condición analítica de que: *la suma de los cuadrados de la desviación es mínima cuando la desviación standard es mínima.*

The preceding conditional equations express the analytical condition that: *the sum of the squares of the deviation is a minimum when the standard deviation is a minimum.*

En segundo lugar se derivará una relación analítica entre la dirección final promedio \vec{F}_a de movimiento y la dirección \vec{F}_i individual calculada por medio del concepto geométrico de "desviación lineal". Considérese, como en la Fig. 3, la situación geométrica en el foco del temblor y sea P_o un punto en la línea la dirección final promedio de movimiento, de tal modo que la distancia \overline{OP}_o se tome como unidad en el espacio $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$.

Second, a analytical relation between the final average direction of motion \vec{F}_a and the individual computed direction \vec{F}_i will be derived by means of the geometrical concept of "linear deviation". Consider as in Fig. 3 the geometrical situation at the focus of the earthquake and let P_o be a point along the line of the final average direction of motion, such that the distance \overline{OP}_o is taken to be unity in $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ space.

Desde el punto P_o constrúyase una línea perpendicular a la dirección \vec{F}_i del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento y determínese el punto P_i . Es claro que según este modo de construcción cada triángulo OP_oP_i es un triángulo recto. Para cualquier triángulo la distancia " $\overline{P_oP_i}$ " se define como la "desviación lineal" y es dada por

From the point P_o construct a perpendicular line to the individual direction \vec{F}_i of the slip-motion vector \vec{F} , and determine the point P_i . From the manner of construction it is clear that each triangle OP_oP_i is a right triangle. For any triangle the distance " $\overline{P_oP_i}$ " is define to be the "linear deviation", and is given by

$$\overline{P_oP_i} = \overline{OP}_o \frac{\text{sen} \Delta_i}{\sin \Delta_i} \tag{7}$$

o podemos escribir

or we can write

$$\overline{P_oP_i} = \frac{\text{sen} \Delta_i}{\sin \Delta_i}$$

donde Δ_i representa la desviación angular entre el promedio final de dirección \vec{F}_a y la dirección individual \vec{F}_i del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento. La desviación angular Δ_i puede calcularse por la fórmula usual para el coseno del ángulo entre dos líneas cualesquiera.

where Δ_i represent the angular deviation between the final average direction \vec{F}_a and the individual direction \vec{F}_i of the slip-motion vector \vec{F} . The angular deviation Δ_i can be calculated by the usual formula for the cosine of the angle between any two lines

$$\cos \Delta_i = \lambda \alpha_i + \mu \beta_i + \nu \gamma_i \tag{8}$$

Ahora, según (7) y (8) y usando la fórmula trigonométrica

Now, by (7) and (8) and using the trigonometric formula

$$\frac{\text{sen}^2 \Delta_i}{\sin^2 \Delta_i} = 1 - \cos^2 \Delta_i$$

podemos escribir

we can write

$$\overline{P_oP_i}^2 = 1 - (\lambda \alpha_i + \mu \beta_i + \nu \gamma_i)^2 \tag{9}$$

Así, en general, para "n" direcciones individuales del vector \vec{F} del movimiento de deslizamiento, podemos escribir para la suma de los cuadrados de las distancias $\overline{P_0 P_i}$

So, in general, for "n" individual directions of the slip-motion vector \vec{F} , we can write for the sum of the squares of the distances $\overline{P_0 P_i}$

$$\sigma_i = n - \lambda^2 \psi_1 - \mu^2 \psi_2 - \nu^2 \psi_3 - 2\lambda\mu\varphi_1 - 2\lambda\nu\varphi_2 - 2\mu\nu\varphi_3 \quad (10)$$

donde

where

$$\sigma_i = \sum_{i=1}^n \overline{P_0 P_i}^2$$

$$\psi_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2$$

$$\psi_2 = \sum_{i=1}^n \beta_i^2$$

$$\psi_3 = \sum_{i=1}^n \gamma_i^2$$

$$\varphi_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i$$

$$\varphi_2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \gamma_i$$

$$\varphi_3 = \sum_{i=1}^n \beta_i \gamma_i$$

Ahora, como sabemos, las condiciones necesarias para que σ_i sea estacionaria en λ , μ y ν y para que posea un mínimo relativo son

Now, as we know the necessary conditions that σ_i be stationary at λ , μ , and ν , and possess a relative minimum are

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \nu} = 0$$

haciendo la diferenciación con respecto a λ , μ y ν , obtenemos

carrying out the differentiation with respect to λ , μ , and ν , we obtain

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \lambda} = -2\lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 - 2\mu \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i - 2\nu \sum_{i=1}^n \alpha_i \gamma_i = 0$$

o podemos escribir

or we can write

$$\lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 + \mu \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i + \nu \sum_{i=1}^n \alpha_i \gamma_i = 0 \quad (11)$$

Similarmente podemos obtener

Similarly, we can obtain

$$\lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i + \mu \sum_{i=1}^n \beta_i^2 + \nu \sum_{i=1}^n \beta_i \gamma_i = 0 \tag{12}$$

$$\lambda \sum_{i=1}^n \alpha_i \gamma_i + \mu \sum_{i=1}^n \beta_i \gamma_i + \nu \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 = 0 \tag{13}$$

Las ecuaciones (11), (12) y (13) forman un sistema de tres ecuaciones lineales homogéneas con tres incógnitas. Para resolver el precedente sistema debemos calcular primeramente D, el determinante compuesto de los coeficientes de los miembros izquierdos en dicho sistema, es decir, usando los signos ψ y φ y escribimos

$$D = \begin{vmatrix} \psi_1 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_1 & \psi_2 & \varphi_3 \\ \varphi_2 & \varphi_3 & \psi_3 \end{vmatrix} = 0$$

Suponiendo que el determinante D del sistema de las tres ecuaciones lineales homogéneas sea cero y también que uno de los primeros menores sea diferente de cero, podemos proceder a la solución de las primeras dos ecuaciones (11) y (12) para λ y μ en términos de ν , así podemos escribir

$$\left(\frac{\lambda}{\nu}\right) \psi_1 + \left(\frac{\mu}{\nu}\right) \varphi_1 = -\varphi_2$$

$$\left(\frac{\lambda}{\nu}\right) \varphi_1 + \left(\frac{\mu}{\nu}\right) \psi_2 = -\varphi_3$$

Se sigue de las precedentes ecuaciones que

$$\lambda = \left(\frac{\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2}{\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2} \right) \nu \tag{14}$$

$$\mu = \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3}{\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2} \right) \nu \tag{15}$$

Pongamos ahora atención a la ecuación analítica condicional

$$\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 = 1 \tag{16}$$

Substituyendo los valores de λ y μ como aparecen en las ecuaciones (14) y (15) en la ecuación arriba anotada, obtenemos

$$\left(\frac{\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2}{\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2} \right)^2 \nu^2 + \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3}{\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2} \right)^2 \nu^2 + \nu^2 = 1 \tag{17}$$

Consecuentemente, podemos escribir

$$\nu = \frac{\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2}{\pm \sqrt{(\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2)^2 + (\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3)^2 + (\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2)^2}}$$

Equations (11), (12) and (13) form, a system of three homogeneous linear equations with three unknowns. To solve the preceding system we first have to evaluate D, the determinant composed of the coefficients in the left members of the above system; that is using the ψ , and φ notation we write

Assuming that the determinant D of the system of the three homogeneous linear equations is zero and also that in addition one of its first minors is different from zero, we can proceed to solve the first two equations (11) and (12), for λ , and μ , in terms of ν , so we can write

From the preceding equations it follows that:

We now turn our attention to the conditional analytical equation

Substituting the values of λ , μ , as given by equations (14) and (15) in the preceding equation above, we obtain

Therefore we can write

Usando los valores de ν como aparecen en la ecuación (18) para calcular los valores de λ y μ obtenemos

$$\lambda = \frac{\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2}{\pm \sqrt{(\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2)^2 + (\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3)^2 + (\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2)^2}} \quad (19)$$

$$\mu = \frac{\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3}{\pm \sqrt{(\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2 \psi_2)^2 + (\varphi_1 \varphi_2 - \psi_1 \varphi_3)^2 + (\psi_1 \psi_2 - \varphi_1^2)^2}} \quad (20)$$

Es claro que los cosenos direccionales λ , μ y ν del promedio final de dirección \vec{F}_a de movimiento pueden obtenerse en términos de la dirección \vec{F}_i individual por las ecuaciones (18), (19) y (20). Estas ecuaciones para el cálculo de λ , μ y ν , mencionados hasta ahora, se basan en la definición de desviación standard y especialmente, en la definición de "desviación lineal".

APLICACION PRACTICA DEL METODO

Habiendo desarrollado teóricamente un método analítico para seleccionar cualquier promedio final de dirección \vec{F}_a de movimiento, determinada por medio de varias direcciones \vec{F}_i individuales, es interesante aplicar el procedimiento anteriormente descrito a los datos proporcionados por Adams (1958) para el temblor que tuvo lugar el 5 de Abril de 1949. Como los cálculos a mano son tediosos, solamente se escogieron y calcularon cinco estaciones para el mencionado temblor. Todos los datos básicos se dan en la siguiente tabla.

TABLA I

Hoja de Datos Fundamentales para el Temblor de Abril 5, 1949
Fundamental Data Sheet for the Earthquake of April 5, 1949

Estación Station	No	α	γ	μ	sen e sin e	cos e	N_o	E_o
Honolulu	1	82°	306°	1.8	0.652	0.758	-0.92	0.38
Chicago	2	27°	332°	1.8	0.475	0.881	-0.42	-0.90
Pasadena	3	51°	315°	1.8	0.450	0.893	-0.40	-0.92
Philadelphia	4	19°	341°	1.8	0.451	0.893	-0.65	-0.75
Riverview	5	162°	344°	1.8	0.567	0.823	-0.38	0.92

En ella, N_o es la componente norte-sur del movimiento de partícula, E_o es la componente este-oeste del mismo movimiento, μ es un parámetro de amplificación y γ es el azimut del epicentro en la estación.

Las componentes de los vectores unitarios de la línea de movimiento de la onda S emitida $\vec{\sigma}$, el vector unitario \vec{r} de ruta de trayectoria y el vector normal $(\vec{r} \times \vec{\sigma})$, en el siste-

Using the values of ν , as given by equation (18) to evaluate the values of λ and μ we obtain

It is clear that the directional cosines λ , μ and ν of the final average direction of motion \vec{F}_a can be obtained in terms of the individual direction of motion \vec{F}_i by equations (18), (19) and (20). These equations for the calculation of λ , μ , and ν , mentioned thus far are based on the definition of standard deviation, and especially on the definition of "linear deviation".

PRACTICAL APPLICATION OF THE METHOD

Having developed theoretically an analytical method for selecting the final average direction of motion \vec{F}_a determined, from several of the individual direction \vec{F}_i , it is interesting to apply the procedure just described to the data given by Adams (1958) for the earthquake that occurred on April 5, 1949. As the calculations by hand are tedious, only five stations were selected and have been calculated for the above-mentioned earthquake. All the basic data are given in the next table.

TABLA I

Hoja de Datos Fundamentales para el Temblor de Abril 5, 1949
Fundamental Data Sheet for the Earthquake of April 5, 1949

Estación Station	No	α	γ	μ	sen e sin e	cos e	N_o	E_o
Honolulu	1	82°	306°	1.8	0.652	0.758	-0.92	0.38
Chicago	2	27°	332°	1.8	0.475	0.881	-0.42	-0.90
Pasadena	3	51°	315°	1.8	0.450	0.893	-0.40	-0.92
Philadelphia	4	19°	341°	1.8	0.451	0.893	-0.65	-0.75
Riverview	5	162°	344°	1.8	0.567	0.823	-0.38	0.92

Where N_o is the north-south component of the particle motion, E_o is the east-west component of the particle motion, μ is a magnification parameter, and γ is the azimuth of the epicenter at the station.

The components of the unitary vectors of the line of the emitted S wave motion $\vec{\sigma}$, the unit ray path vector \vec{r} , and the normal vector $(\vec{r} \times \vec{\sigma})$ in the focal coordinate system,

ma de coordenadas focales, se obtienen usando las ecuaciones para el cálculo según fueron desarrolladas por Adams (1958). Los resultados para las cinco estaciones se encuentran en la siguiente tabla.

are obtained using the equations for the calculations as were developed by Adams (1958). The results for the five stations are given in the next table.

TABLA II

TABLE II

Los Componentes de Vectores Unitarios
The Components of Unitary Vectors

Estación Station	$\vec{\sigma}$			\vec{r}			$\vec{\sigma} \times \vec{r}$		
	N_f	E_f	Z_f	r_n	r_e	r_z	ξ	η	ζ
1	0.564	0.594	0.574	-0.091	-0.646	0.758	0.822	-0.480	-0.310
2	-0.415	0.915	0.003	-0.423	-0.216	0.881	0.810	0.348	0.474
3	-0.468	0.855	0.179	-0.283	-0.349	0.893	0.825	0.384	0.412
4	0.642	-0.745	0.184	-0.426	-0.147	0.893	0.638	0.652	0.411
5	-0.752	-0.543	0.377	0.539	-0.175	0.823	-0.381	0.822	0.424

Para determinar los cosenos direccionales α_i , β_i , y γ_i de cualquier dirección \vec{F}_i de movimiento individual, el autor ha usado ecuaciones desarrolladas por Ferrás (1962). La siguiente tabla contiene los resultados calculados por el autor.

To determine the directional cosines α_i , β_i , and γ_i of any individual direction of motion \vec{F}_i , the author has used equations developed by Ferrás (1962). The next table contains the results calculated by the author.

TABLA III

TABLE III

Cosenos Direccionales Individuales de Dirección de Movimiento
Individual Directional Cosines of the Motion Direction

Stations Estaciones	α_i	β_i	γ_i	$\alpha_i^2 + \beta_i^2 + \gamma_i^2$
1-2	-0.127	-0.688	0.715	1.000
1-3	-0.097	-0.638	0.764	1.000
1-4	0.006	-0.537	0.844	1.001
1-5	0.095	-0.437	0.935	1.007
2-3	-0.541	0.803	0.332	1.048
2-4	-0.473	-0.088	0.872	0.992
2-5	-0.245	-0.531	0.810	0.998
3-4	-0.225	-0.244	0.942	0.997
3-5	-0.179	-0.516	0.838	1.000
4-5	-0.070	-0.484	0.873	1.001

Finalmente, los cosenos direccionales λ , μ y ν se dan usando las ecuaciones (18), (19) y (20) señaladas en este trabajo. Los valores para λ , μ y ν para el presente temblor son

Finally, the directional cosines λ , μ , and ν , are given using the equations (18), (19) and (20) given in this paper. The values for λ , μ , and ν for the present earthquake are

$$\lambda = 0.772$$

$$\mu = 0.469$$

$$\nu = 0.428$$

Estos tres cosenos direccionales λ , μ y ν pueden ahora usarse para el cálculo de los ángulos C y D de las coordenadas polares, la colatitud y la longitud, respectivamente. Las ecuaciones para el cálculo de C y D son

$$\cos C = \nu$$

$$\cos D = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \nu^2}}$$

Para el presente temblor, los valores de C y D determinados por las precedentes ecuaciones son

$$\cos C = 0.428$$

$$C = 64^\circ 40'$$

Este temblor ha sido analizado por Hodgson y Storey (1954) usando la onda P y el método del plano de falla con cuarenta y seis observaciones. De acuerdo con Adams, si hacemos que uno de los círculos nodales de la onda P del plano de falla, por ejemplo (a), represente la falla y el otro círculo nodal (b) sea el plano auxiliar, entonces es posible determinar los valores de C y D. Según Adams, los valores de C y D son

These three directional cosines λ , μ , and ν , may now be used for the calculations of the polar coordinate angles C and D, the colatitude and longitude, respectively. The equations for the calculations of C, and D are

For the present earthquake, the values of C and D as determined by the preceding equations are

$$\cos D = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (0.428)^2}}$$

$$\cos D = 0.853 = \cos (360^\circ - D)$$

$$D = 328^\circ 30'$$

This earthquake has been analyzed by Hodgson and Storey (1954) using the P wave fault plane method based on forty-six observations. According with Adams, if we let one of the nodal circles of the P wave fault plane solution, say (a), represent the fault and the other nodal circle (b), be the auxiliary plane, then it is possible to determine the values of C and D. The values of C and D as determined by Adams are

Círculo Nodal escogido como falla Nodal circle chosen as fault	C	D
(a)	60°	84°
(b)	64°	333°

Es interesante notar que si escogemos el círculo nodal (b) como falla, entonces los ángulos direccionales para la línea de la onda P concuerdan significativamente con la línea de la onda S.

It is interesting to note that if we choose the nodal circle (b) as fault, then the directional angles for the P wave line agrees significantly with the S wave line.

BIBLIOGRAFIA

- ADAMS, W. M. 1958. A Study of Earthquake Mechanism Using S Wave Data. *Bull. Seismol. Soc. America*, 48:201-220.
- ALEXANDER, H. W. 1961. *Elements of Mathematical Statistics*. New York, John Wiley & Sons Inc., 1 vol.
- FERRAES, S. G. 1962. Note on the Determination of the Earthquake Mechanism by S Waves. *Bull. Seismol. Soc. America*, 52(3):683-688.
- HODGSON, J. H. & R. S. STOREY. 1954. Direction of Faulting in Some Larger Earthquakes of 1949. *Bull. Seismol. Soc. America*, 44:57-83.
- STAUDER, W. V. 1960. The Plane of Polarization of S Wave as Related to the Mechanism of the Focus of an Earthquake. Doctoral Dissertation, University of California (inérita, unpublished).

BIBLIOGRAPHY