

## DEFINICIONES DEL ECUADOR GEO- MAGNETICO

M. G. DE ALVAREZ \*

### RESUMEN

Se exponen diferentes modelos de ecuadores, mostrando las ventajas del ecuador definido por el plano normal al dipolo que reside en el centro magnético terrestre C.

El ecuador geomagnético interesa en gran cantidad de problemas geofísicos. Con datos obtenidos de observaciones del magnetismo terrestre se construyen las cartas magnéticas de curvas isóclinas. El ecuador magnético real estará definido por la curva de inclinación mínima, que es bastante irregular para determinarla matemáticamente y considerarla en los modelos físicos para otros estudios. En particular, los físicos que estudian la radiación cósmica sobre la cual influye el campo magnético, han considerado que el ecuador geomagnético debe determinarse por los puntos donde la radiación es mínima. Aparte de que esta curva también resultaría irregular, se tiene el inconveniente de la falta de datos para su estudio.

Cuando este trabajo fue presentado en el Congreso de Matemáticas de la Sociedad Matemática Mexicana, en la ciudad de Mérida, en el mes de Septiembre de 1960, no se conocía ninguna publicación sobre la curva empírica de radiación cósmica. En 1961, en el Instituto Geomagnético de Potsdam se preparó una gráfica en la cual el ecuador de rayos cósmicos se aproxima al ecuador de inclinación mínima:  $Z = 0$  (Fig. 1).

---

A. Chargoy (1950) vio la conveniencia de definir un ecuador que se aproximara lo más posible al real, pero definido como la intersección de un plano con la esfera terrestre. A. Schmidt (*in* Bartels, J., 1936), al estudiar los modelos matemáticos que pueden describir el campo magnético dado por la ecuación del potencial de Gauss, sugirió como definición del ecuador magnético al determinado por

\* Instituto de Geofísica, U.N.A.M.

## DEFINITIONS OF THE GEOMAGNETIC EQUATOR

M. G. DE ALVAREZ \*

### ABSTRACT

Different models of equators are exposed and the advantages of the equator defined by a normal plane to the dipole located in the magnetic terrestrial centre C are shown.

The geomagnetic equator has a great interest in a number of geophysical problems. Magnetic charts with isoclinical curves are constructed with data obtained from observations of terrestrial magnetism. The real magnetic equator will be defined by the curve of minimum inclination, which is very irregular to be mathematically determined and considered in the physical models for other studies. In particular, the physicists doing work on cosmic rays on which the magnetic field exerts an influence, have considered that the geomagnetic equator should be determined by minimal radiation points. Not only the curve would also be irregular, but these is also the inconvenience of lack of data for its study.

When this paper was presented in the Mathematical Congress of the Mexican Mathematical Society, in the city of Mérida, in September of 1960, there was unawareness of any publication on the empirical curve of cosmic radiation. In 1961, at the Potsdam Geomagnetic Institute a graph was prepared in which the cosmic ray equator, approximates the minimum inclination equator:  $Z = 0$  (Fig. 1).

---

A. Chargoy (1950) saw the convenience of defining an equator as approximate to the real equator as possible, but defined by the intersection of a plane with the terrestrial sphere. A. Schmidt (*in* Bartels, J., 1936), while studying the mathematical models describing the magnetic field given by the Gauss potential equation, suggested as a definition of the magnetic equator the equator determin-

\* Institute of Geophysics, N.A.U.M.

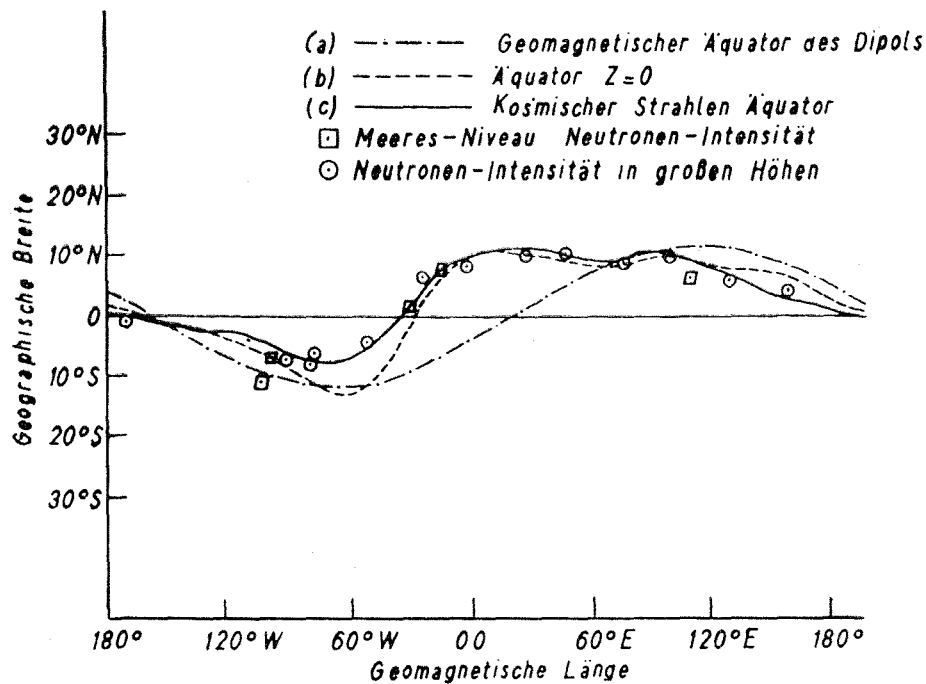


Fig. 1. La posición de los ecuadores geomagnéticos, según O. Lucke, *Geomagnetisch Institut von Potsdam, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Abhandlung* Núm. 26, pág. 75, 1961.

Fig. 1. The position of geomagnetic equators, according to O. Lucke, *Geomagnetisch Institut von Potsdam, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Abhandlung* No. 26, p. 75, 1961.

un plano que pase por el centro 0 de la Tierra y perpendicular a la dirección del dipolo. Sin embargo, los modelos del dipolo y del cuadrípulo trasladados al centro geomagnético C o sea, al punto donde el cuadrípulo se hace mínimo, tienen la propiedad de mostrar los ejes del cuadrípulo mutuamente perpendiculares y a la dirección del dipolo. Estos tres ejes pueden considerarse como los ejes de un sistema cartesiano ortogonal (Chargoy, A., 1955 pues ya se ha visto su enorme conveniencia como sistema de referencia en el estudio de las órbitas de radiación cósmica (R. Gall, 1960).

Debido a esta propiedad, Chargoy (1950) consideró que conviene definir el ecuador como el determinado por el plano que contiene el cuadrípulo en C. En esta forma, el sistema de referencias se construye con los ejes propios de la distribución que produce el campo (Chargoy, A., 1960). Por otra parte, un modelo más completo con los términos del octípulo, sería muy difícil de manejar y no determinaría un plano.

La ecuación de este plano ecuatorial para los años 1945 y 1955 es:

$$\begin{aligned} 1945: & \quad z = -0.0755 & x + 0.1946 & y - 0.0064 \\ 1955: & \quad z = -0.0743 & x + 0.1931 & y - 0.0080 \end{aligned}$$

(El radio de la Tierra se tomó como igual a 1)

ed by a plane passing through the centre 0 of the Earth, and perpendicular to the direction of the dipole. However, the models of the dipole and the quadrípulo transferred to the geomagnetic centre C, which is the point where the quadrípulo becomes minimal, have the property of showing the axis of the quadrípulo mutually perpendicular and to the direction of the dipole. These three axis may be considered as the axis of an orthogonal cartesian system, (Chargoy, A., 1955) and their great convenience as a system of reference in the study of the cosmic ray orbits, has been shown (R. Gall, 1960).

In view of this property, Chargoy (1950) indicated the convenience of defining the equator as the one determined by the plane containing the quadrípulo at C. Thus, the system of references is constructed with the field-producing distributional axis themselves (Chargoy, A., 1960). On the other hand, a more complete model with the terms of the octípulo would be more difficult to handle, and would not determine a plane.

The equation of this equatorial plane for the years 1945 and 1955 is

(The radius of the Earth is taken as equal to 1)

Se quiso, sin embargo, comparar este ecuador y el ecuador determinado por el plano más aproximado, por mínimos cuadrados, al ecuador real. Este lo llamaremos ecuador aproximado y la ecuación de este plano es:

$$1955: \quad z = -0.0617 \quad x + 0.1257 \quad y - 0.0003$$

$$1945: \quad z = -0.0118 \quad x + 0.1711 \quad y + 0.0206$$

However, it was considered convenient to compare this equator and the equator determined by the nearest plane, by minimal quadrates, to the real equator. This we will call the approximate equator, and the equation of this plane is:

En las Figs. 2a y b pueden verse representados estos tres ecua-dores: el real, el aproximado y el definido por Chargoy, para los años 1945 y 1955.

In Figs. 2a and b the three equators are represented: the real, the approximate, and the one defined by Chargoy for the years 1945 and 1955.

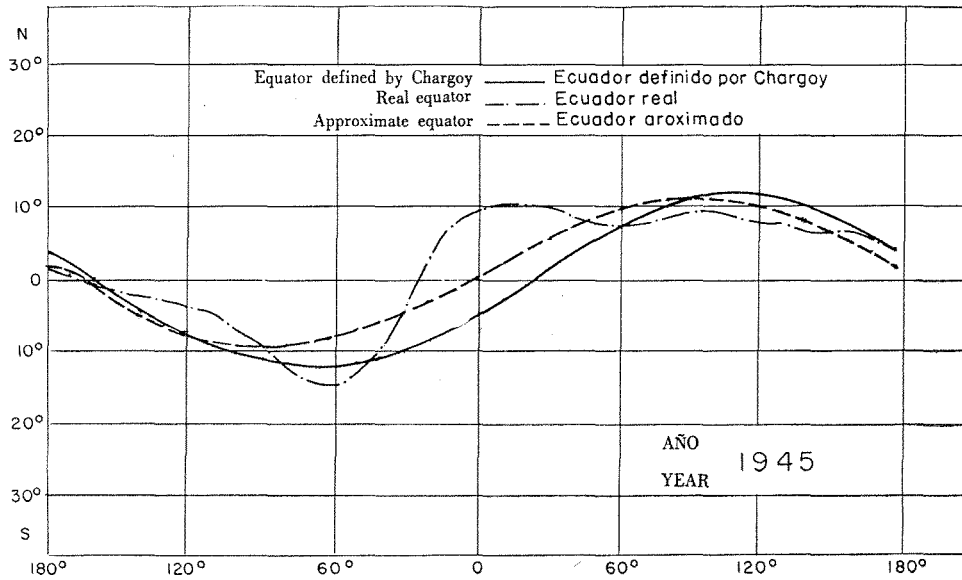


Fig. 2a. Posición de los ecua-dores definido por Chargoy, real y ap-roximado, para el Año 1945.

Fig. 2a. Positions of equators defined by Chargoy, real and ap-proximate, for the Year 1945.

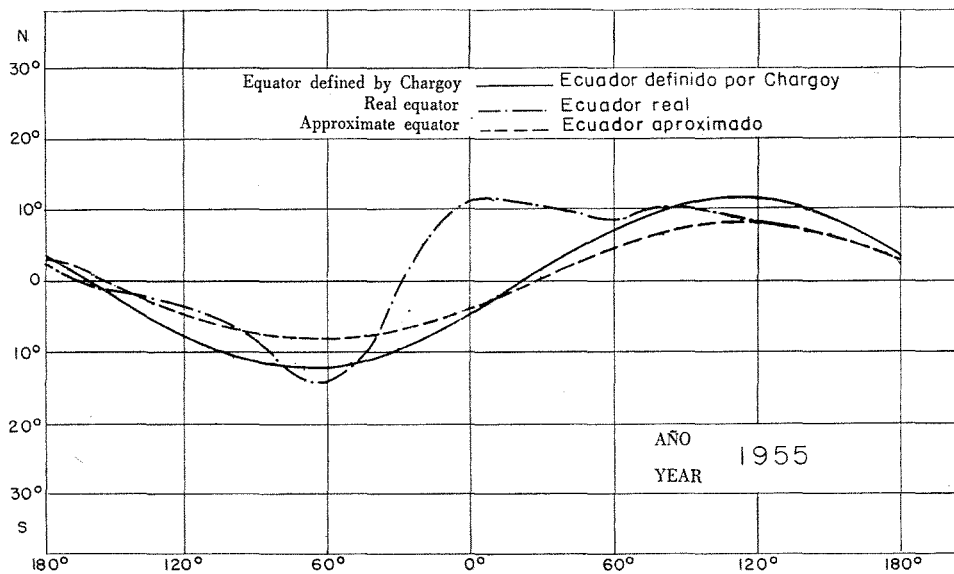


Fig. 2b. Posición de los ecua-dores definido por Chargoy, real y ap-roximado para el Año 1955.

Fig. 2b. Position of equators defined by Chargoy, real and ap-proximate, for the Year 1955.

Por otra parte, tenemos el polo norte magnético real de inclinación máxima, R; el polo determinado por el dipolo en O, que designaremos por N; el determinado por el dipolo en C, que llamaremos C y el determinado por la perpendicular al plano más aproximado en el centro de la circunferencia de intersección con la esfera terrestre, que llamaremos A. Todos ellos pueden observarse en las Figs. 3a y b.

On the other hand, we have the real magnetic north pole of maximum inclination, R; the pole determined by the dipole in O, designated as N; the one determined by the dipole in C, which will be designated C, and the one determined by a perpendicular to the more approximate plane in the centre of the intersectional circumference of the terrestrial sphere, designated as A. All of these can be observed in Figs. 3a and b.

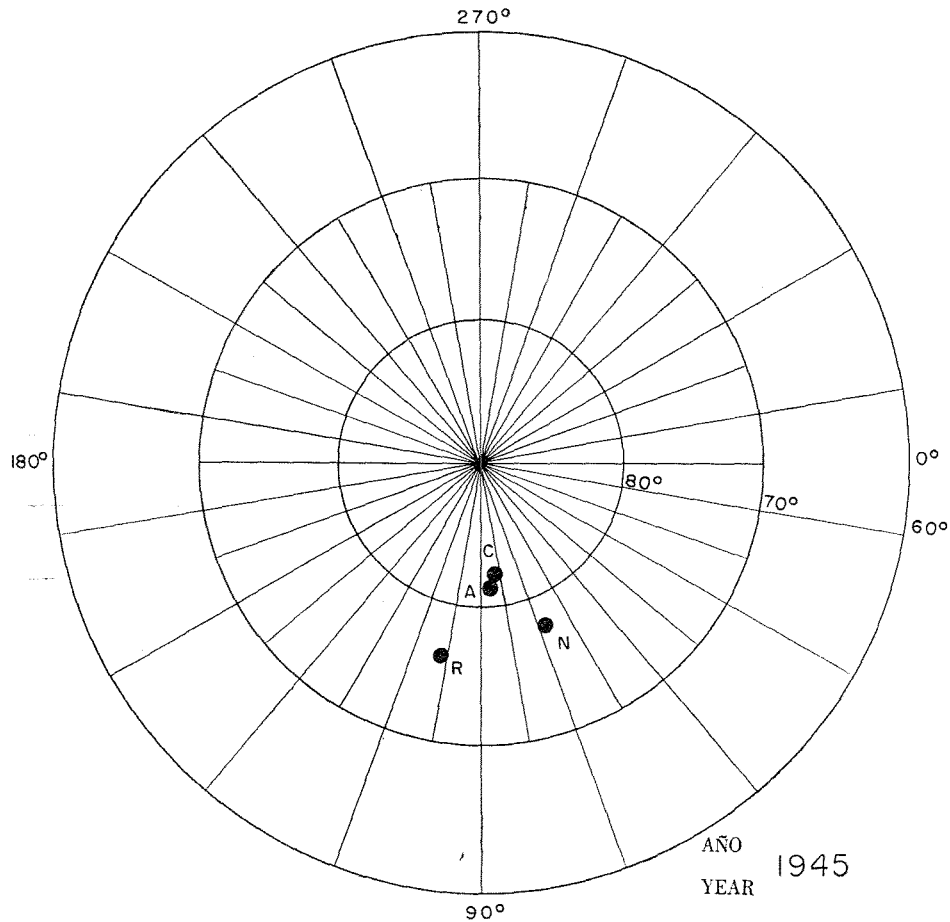


Fig. 3a. Posición de los polos magnéticos para el Año 1945.

Fig. 3a. Position of magnetic poles for Year 1945.

En estas figuras podemos notar cómo los polos correspondientes a los ecuadores, el definido por Chargoy y el más aproximado, casi coinciden. En la Tabla I aparecen las coordenadas de los polos: los índices corresponden a los polos citados anteriormente. La longitud está tomada hacia el oeste.

In these figures we may notice how the poles corresponding to the equators, the one defined by Chargoy and the more approximate, almost coincide. In Table I there are shown the coordinates of the poles, with indexes corresponding to the above mentioned poles. Longitude is taken towards the west.

TABLA I

TABLE I

Año Year	$\gamma_R$	$\theta_R$	$\gamma_O$	$\theta_O$	$\gamma_C$	$\theta_C$	$\gamma_A$	$\theta_A$
1945	102°	76°	111°13'	78°13'	96°36'	80°25'	93°57'	80°16'
1955	101°	74°	111° 3'	78°18'	95°20'	81° 3'	116° 9'	82° 2'

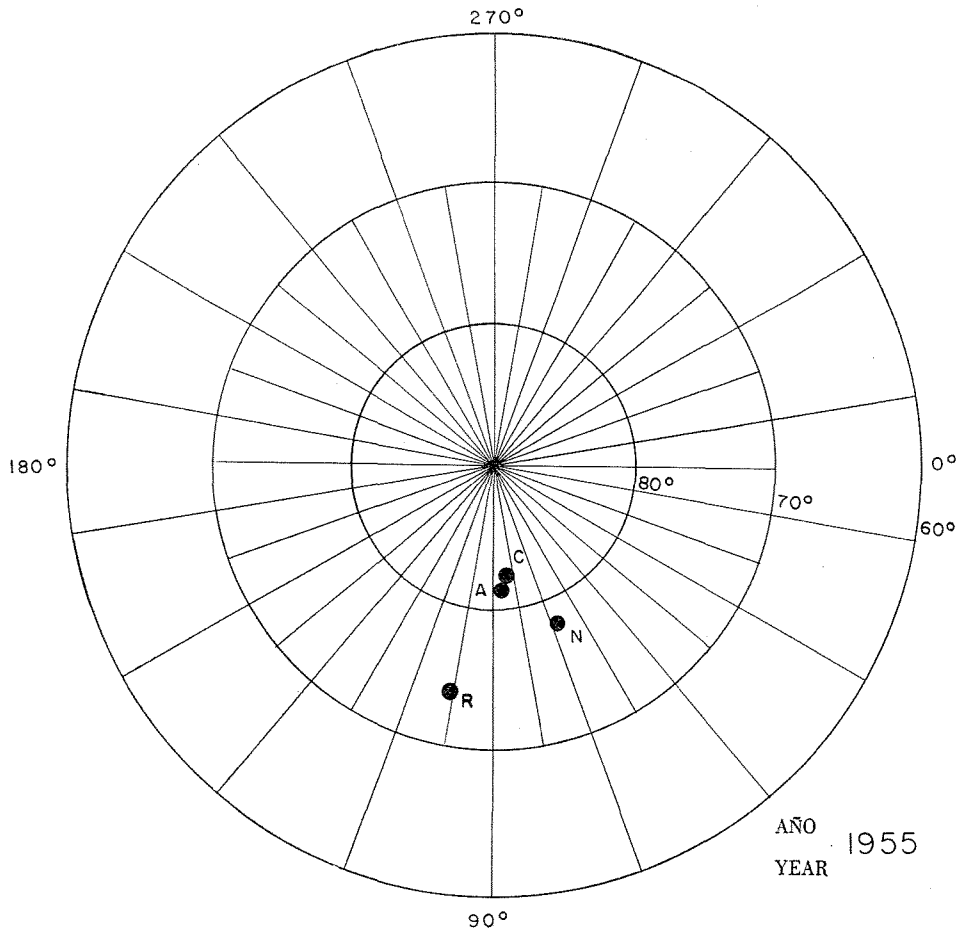


Fig. 3b. Posición de los polos magnéticos para el Año 1955.

Fig. 3b. Position of magnetic poles for the Year 1955.

En la Tabla II presentamos algunos datos complementarios: las coordenadas del centro geomagnético C y del centro del círculo del plano más aproximado A, así como las distancias del plano más aproximado y del de Chargoy al centro 0 de la esfera terrestre.  $\alpha$  es el ángulo entre los planos de Chargoy y el más aproximado.

In Table II we present some supplementary data: the coordinates of the geomagnetic centre C and of the centre of the more approximate plane circle A as well as the distances of the more approximate plane and that of Chargoy in the terrestrial sphere centre 0.  $\alpha$  is the angle formed by the planes of Chargoy and of the more approximate one.

TABLA II

TABLE II

Year Año	$x_c$	$y_c$	$z_c$	$d_c$	$x_A$	$y_A$	$z_A$	$d_A$	$\alpha$
1945	-345	150	96	39.89	1.5	-21.8	127.4	129.29	3°48'
1955	-367	205	118	50.08	0.1	-0.2	1.9	1.89	3°49'

Unidad: Km

Otra ventaja del sistema de referencia que se obtiene con los ejes de dipolo y cuatripolo en C es que el potencial se expresa como:

Another advantage of the system of reference determined by the axis of the dipole and the quadripole in C is that the potential is expressed as:

$$V = \bar{g}_1^0 P_1^0 + \bar{h}_2^2 \text{sen } 2\lambda P_2^2 + \bar{g}_3^0 P_3^0 + \dots$$

El primer término, que corresponde al dipolo, tiene simetría axial por  $P_1^0$ , el segundo término corresponde al cuadripolo y tiene simetría respecto al ecuador que propuso Chargoy y simetrías con respecto a los planos de las coordenadas propias  $P_1^j$  son los polinomios asociados de Legendre.

The first term, which corresponds to the dipole, has axial symmetry by  $P_1^0$ , the second term corresponds to the quadripole and has a symmetry with respect to the equator proposed by Chargoy, and symmetries with respect to the coordinate planes themselves.  $P_1^j$  are the associated polynomials of Legendre.

#### BIBLIOGRAFIA

- BARTELS, J. 1936. The Eccentric Dipole approximating the Earth's Magnetic Field. *Jour. Terrest. Magnet. and Atmosph. Electr.*, 41:225-248.
- CHARGOY, A. 1950. El Cuadripolo Magnético Terrestre. *Jour. Geophys. Res.*, 55:47-79.
- 1955. Movimientos del Campo Magnético Terrestre dados por los Términos del Segundo Orden de la Ecuación Potencial. *Anal. Inst. Geofis., UNAM*, 1:24-37.
- 1960. Substituciones de Distribuciones (Una Aplicación de las Series de Taylor). *Anal. Inst. Geofis., UNAM*, 6:1-54.
- GALL, R. 1960. The Secular Variation and the Geomagnetic Theory of Cosmic Radiation. *Jour. Geophys. Res.*, 65:3545-3554.

#### BIBLIOGRAPHY