

LOS RESERVORIOS NATURALES Y SUS CARACTERISTICAS

E. ERIKSSON *

INTRODUCCION

Se denomina en Geoquímica reservorio a la materia acumulada por la naturaleza y a la cual puede agregarse o substraerse nueva materia. Así, un reservorio natural es un almacén a través del cual pasa la materia durante su circulación en la naturaleza. Tomando la circulación del carbono como ejemplo, existen varios reservorios, como la atmósfera, el mar, la materia orgánica viviente y la materia orgánica muerta. Entre ellos pueden separarse las plantas y los animales, la capa superficial del mar y sus profundidades y otros más, según los propósitos del estudio.

En años recientes se ha intentado analizar sobre bases cuantitativas la circulación de los elementos en la naturaleza, considerándose a los reservorios en tales ocasiones como cajas en que se mezcla bien la materia de manera que el valor de su flujo de salida puede considerarse como linealmente proporcional a la cantidad que existe en la caja. Estudios de ese tipo, en relación con la circulación del bióxido de carbono, se han publicado por Eriksson y Welander (1956), Craig (1957), Revelle y Suess (1957), Arnold y Anderson (1957), Bolin y Eriksson (1957), Broecker *et al.* (1959) y respecto a la circulación del agua, por Begeman y Libby (1957) y Eriksson (1958). La presencia de elementos producidos por radiación cósmica en la naturaleza ha estimulado ciertamente tales intentos porque proporcionan un reloj interno para la materia en varios reservorios.

La hipótesis de mezcla rápida en los reservorios, inherente a tales estudios, es un postulado que casi llega a cumplirse en algunos casos y no en otros. Eriksson (1958) señaló que esta hipótesis es completamente incorrecta para

* Instituto Internacional de Meteorología, Universidad de Estocolmo.

NATURAL RESERVOIRS AND THEIR CHARACTERISTICS

E. ERIKSSON *

INTRODUCTION

In Geochemistry accumulated matter in nature is sometimes referred to as reservoirs to which matter is added or from which matter is subtracted. A reservoir in nature is thus a store through which matter is passing during its circulation in nature. Taking the carbon circulation as an example there are several reservoirs involved, among others the atmosphere, the sea, living organic matter and dead organic matter. Some of these can be divided into plants and animals, the sea into the surface layer and the deep sea and so on, all depending upon the purpose of the study.

In recent years several attempts have been made to treat the circulation of elements in nature on a quantitative bases. In such attempts the reservoirs have been regarded as boxes in which the matter is well mixed so that the rate of flow out of a box can be assumed to be linearly proportional to the amount present in the box. Such studies concerning the carbon dioxide circulation have been published by Eriksson and Welander (1956), Craig (1957), Revelle and Suess (1957), Arnold and Anderson (1957), Bolin and Eriksson (1959), Broecker *et al.* (1959) and concerning the water circulation by Begeman and Libby (1957) and Eriksson (1958). The presence in nature of radioactive cosmic produced elements has certainly stimulated such attempts because these provide an internal clock for the matter in various reservoirs.

The assumption of rapid mixing within reservoirs inherent in these studies is a postulate which in some cases may be approximately fulfilled, in other cases not. Eriksson (1958) pointed out that this assumption for a groundwater

* International Meteorological Institute, University of Stockholm.

un cuerpo de agua freática, aunque las características del flujo a través de dicho cuerpo pueden ser tales que permitan asumir una mezcla rápida. Welander (1959) recientemente ha expresado dudas sobre la posibilidad de una mezcla rápida en el mar demostrando que en otras circunstancias cualquier predicción sobre su comportamiento, bajo cambios externos, no es completamente correcta.

Es obvio que algunas consideraciones sobre los reservorios y sus características pueden ser útiles para calcular tanto la posibilidad de usar el modelo de la caja en los problemas de circulación como otros métodos alternos.

CLASIFICACION DE RESERVORIOS

Desde un punto de vista físico toda acumulación de materia en la naturaleza, con límites arbitrariamente seleccionados, puede considerarse como un reservorio que en lo general sólo contiene materia de características similares en su composición y origen, aunque puede presentar estados físicos y químicos diferentes y límites más o menos bien definidos. Por ejemplo, un lago es un reservorio de agua con sustancias disueltas o suspendidas en el agua con límites externos bien definidos. Como el estado físico es fluido, la advección y mezcla pueden ser importantes para el comportamiento del lago como reservorio. Un cuerpo de agua freática es un reservorio con límites externos bien definidos, pero tiene también un amplio límite interno, siendo la advección muy importante para el transporte de materia en tal reservorio. Como tercer ejemplo, la materia orgánica forma un reservorio de naturaleza dispersa en el humus, cuyos límites son difíciles o aún imposibles de definir y la advección y mezcla pueden faltar completamente, aunque el carbono y otros elementos constantemente pasen a través de dicho reservorio. La materia puede agregarse en reservorios con límites externos bien definidos y substraerse al mismo tiempo en otra área de los mismos límites, quedando *separadas* las áreas de *adición* y de *substracción*. Tales reservorios se colocarán en la *clase A*, perteneciendo los reservorios de aguas freáticas claramente a este grupo si la evaporación de la superficie del agua freática es baja. También un lago con aportes y salidas pertenecerá a esta clase con relación a sus componentes no volátiles.

En otros reservorios con límites externos bien definidos, las áreas de *adición* y de *substracción* serán *exactamente las mismas* y se colocarán en la *clase B*. Un ejemplo de este grupo de reservorios es el mar respecto a sus constituyentes volátiles como el bióxido de carbono, el oxígeno y otros gases de la atmósfera.

Los reservorios como el humus de los suelos tienen aparentemente límites variables pues carecen de otros medios de transporte. Las *adiciones* y *substracciones* tienen lugar en dichos límites en áreas difíciles de separar por su naturaleza dispersa, colocándose tales reservorios en la *clase C*.

body certainly is incorrect but that the flow characteristics through a groundwater body may be such that the assumption of rapid mixing can be applied. Welander (1959) recently expressed doubts whether rapid mixing within the sea could be postulated and showed that under other circumstances predictions on the behaviour of the sea for external changes are not entirely correct.

It is obvious that some considerations on reservoirs and their characteristics can be helpful in order to assess both the possibility of using the box-model approach in circulation problems as well as alternative methods.

CLASSIFICATION OF RESERVOIRS

From a physical point of view any accumulated matter in nature with arbitrary chosen boundaries can be regarded as a reservoir. Generally, only matter of similar nature or composition or origin is considered as a reservoir. Matter in such a reservoir can have different physical and chemical states and more or less well-defined boundaries. A lake, for instance, as reservoir for water as well as for substances dissolved and suspended in the water with well defined external boundaries. As the physical state is fluid, advection and mixing may occur of importance for the behaviour of the lake as a reservoir. A ground water body is a reservoir with well defined external boundaries but also with a large internal boundary. Advection is most important for the transport of matter in such a reservoir. As a third example organic matter in humus also forms a reservoir of a disperse nature. Boundaries are difficult or even impossible to define and advection and mixing may be completely absent. Yet, carbon and other elements are steadily passing through this reservoir. In reservoirs with well defined outer boundaries matter is added at some well defined boundary area of the reservoir while matter is subtracted at some equally well defined boundary area. The areas of *addition* and *subtraction* may be well *separated*. Such reservoirs will be named *class A* reservoirs. Groundwater reservoirs belong obviously to this class if evaporation from the groundwater surface can be neglected. A lake with inlet and outlet will also belong to this class with respect to constituents which are not volatile.

In other reservoirs with well defined outer boundaries the boundary areas of *addition* and *subtraction* will be *exactly the same*. Such reservoirs will be named *class B* reservoirs. An example of this class of reservoirs is the sea with respect to volatile constituents like carbon dioxide, oxygen and other gases in the atmosphere.

Reservoirs like humus in soils must apparently have variable boundaries as no other means of transport exist. Additions and subtractions take place at these boundaries which, because of their disperse nature, are difficult to separate. Reservoirs of this type will be named *class C* reservoirs.

DISTRIBUCION DE EDADES EN LOS RESERVORIOS

Los constituyentes elementales de un reservorio pasarán cierto tiempo en su interior entre la adición y la substracción y consecuentemente, cada elemento del mismo puede caracterizarse por su edad, es decir, el tiempo que ha transcurrido desde su adición. Este concepto de edad (o duración) puede también aplicarse a los reservorios de la clase B, en cuyo caso la edad de cualquier elemento de la masa será el tiempo transcurrido desde el momento en que tomó contacto con el límite de adición y de substracción. Tal concepto puede adoptarse para la masa de materia de ciertos reservorios, por ejemplo, el agua en

AGE DISTRIBUTIONS IN RESERVOIRS

Elementary constituents of a reservoir will spend a certain time inside the reservoir between addition and subtraction. Every element of a reservoir can therefore be characterized by its age, i.e. the time that has elapsed from its addition. This concept of age can also be applied to a class B reservoir in which case one can assign an age to a bulk element as the time elapsed from the moment the element was in contact with the boundary of addition and subtraction. This concept is useful to adopt for the bulk material in such a reservoir, i.e. for water in the sea. Any

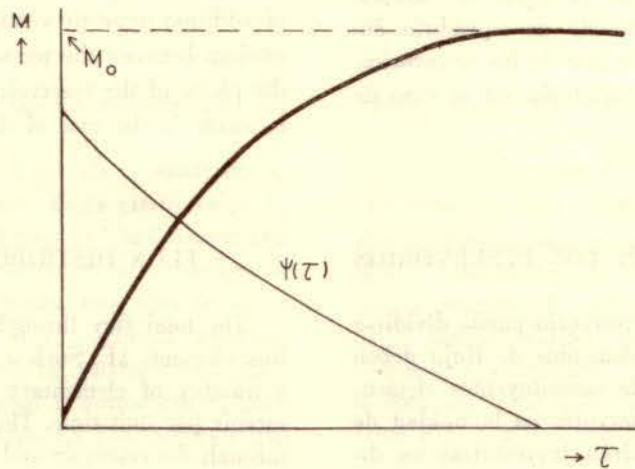


Fig. 1. Diagrama generalizado para las funciones $M(\tau)$ y $\psi(\tau)$ en un reservorio. Línea gruesa, $M(\tau)$, la masa de elementos de edad igual o menor que τ en un reservorio. Línea delgada, distribución de frecuencias de masa y de edad en un reservorio.

Fig. 1. Generalized diagram on the functions $M(\tau)$ and $\psi(\tau)$ for a reservoir. Thick line, $M(\tau)$, the mass of elements of an age equal to or less than τ in a reservoir. Thin line, the frequency distribution of mass with age in a reservoir.

el mar. Cualquier constituyente volátil circulante a través del reservorio, por razón del movimiento físico de aquella masa de materia en su interior, mostrará las mismas propiedades de la masa total del reservorio.

Definiendo la edad en esta manera, pueden caracterizarse los constituyentes elementales de un reservorio disponiéndolos de manera acumulativa según su edad y formando una función acumulativa $M(\tau)$ en que τ es la edad, indicada con carácter generalizado en la Fig. 1. En esta función $M(\tau)$ se define como la masa del reservorio que tiene una edad igual o menor que τ , siendo M_0 la función de la masa total para cierto valor de τ . La disposición de la masa según la edad es estrictamente válida solo para los constituyentes elementales, es decir, las moléculas o mejor dicho, los átomos que constituyen el reservorio y no para un conjunto compuesto por constituyentes elementales de edades diversas.

volatile constituent circulating through the reservoirs because of the physical motion of the bulk material inside the reservoir will show the same reservoir properties as the bulk material.

The elementary constituents in a reservoir can thus be characterized by their age as defined above. They can be arranged in a cumulative fashion according to their age and will form a cumulative function $M(\tau)$ of τ the age, shown generalized in Fig. 1. In this function $M(\tau)$ is defined as the mass of the reservoir which has an age equal to or less than τ . For a certain τ the function is M_0 , the total mass. The arrangement of mass according to age is strictly valid only for the elementary constituents, i.e. the molecules, or better, atoms which make up the reservoir, not for an assembly consisting of elementary constituents of different ages.

La distribución de frecuencia de masa respecto a la edad puede derivarse de $M(\tau)$ y por supuesto, es $\frac{dM(\tau)}{d\tau}$, como se muestra esquemáticamente también en la Fig. 1 denotándola por $\psi\tau$, símbolo que también se usará seguidamente para la verdadera distribución de frecuencias de masa con respecto a la edad.

Un compuesto que circule a través de un reservorio totalmente dentro de la masa de materia en reservorios de las clases A y B exhibirá la misma distribución normalizada de frecuencia de aquella masa, es decir, $\frac{\psi\tau}{M_0}$ que será la misma para todos los constituyentes que sigan a dicha masa de materia en su paso a través del reservorio, con la condición de tener estabilidad en su interior y de que no haya complicaciones en el límite de adición para impedir el rápido establecimiento de equilibrio entre la fase que los proporciona y la fase de los reservorios. No puede hacerse la misma generalización en el caso de los reservorios de la clase C.

From $M(\tau)$ the frequency distribution of mass with respect to age can be derived and is, of course, $\frac{dM(\tau)}{d\tau}$. This is schematically shown also in Fig. 1 and is denoted by $\psi(\tau)$, a symbol that will be used in the following for the true frequency distribution of mass with respect to age.

A compound which circulates through the reservoir entirely with the bulk material of reservoirs of class A and B will exhibit the same normalized frequency distribution as the bulk material, i.e. $\frac{\psi\tau}{M_0}$ will be the same for all constituents which follow the bulk material in its passage through the reservoir provided they are stable inside the reservoir and provided no complications at the boundary of addition arise preventing a rapid establishment of equilibrium between the phase from which they are added and the phase of the reservoirs. A similar generalization cannot be made in the case of class C reservoirs.

DISTRIBUCION DE FLUJOS EN LOS RESERVORIOS

El flujo total a través de un reservorio puede dividirse en elementos de flujo δF . Tales elementos de flujo deben considerarse como un número de constituyentes elementales que pasan al interior del reservorio en la unidad de tiempo y cuyas partículas describirán trayectorias en dicho interior, las cuales pueden caracterizarse por el tiempo que tardan en recorrerlas. Así, los elementos de flujo δF pueden caracterizarse por el tiempo de traslado τ de los constituyentes elementales asociados con dichos ele-

FLUX DISTRIBUTION IN RESERVOIRS

The total flux through a reservoir can be divided into flux elements δF . Such a flux element can be visualized as a number of elementary constituents passing into the reservoir per unit time. These particles will form trajectories through the reservoir and these can be characterized by the time it takes a particle to pass along a trajectory. Thus, flux elements δF can be characterized by the travel times τ of the elementary constituents associated with these flux elements. In the case of class B reservoirs the convention can

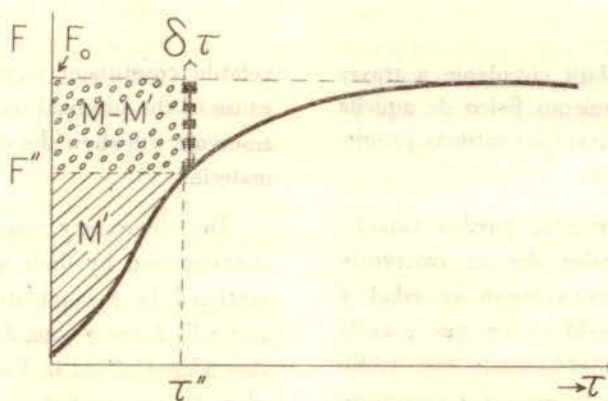


Fig. 2. Diagrama generalizado de distribución de flujo $F(\tau)$ como función de τ . $F(\tau)$ es la parte del flujo donde sus elementos asociados pasan un tiempo igual o menor que τ en el reservorio. Área hachurada, la masa del reservorio cuyos elementos pasan un tiempo τ'' o menor en el reservorio. Área punteada, la masa del reservorio cuyos elementos tienen una edad τ'' o menor, pero que pasan un tiempo total de τ'' o mayor en el reservorio.

Fig. 2. Generalized diagram of the distribution of flux $F(\tau)$ as a function of τ . $F(\tau)$ the part of the flux where its associated elements spends a time equal to or less in the reservoir. Hatched area, the mass of the reservoir whose elements spends a time of τ'' or less in the reservoir. Dotted area, the mass of the reservoir whose elements is of an age τ'' or less but which spends a total time of τ'' or more in the reservoir.

mentos de flujo. En el caso de los reservorios de la clase B puede asumirse para la masa de materia que τ es el tiempo necesario para que un constituyente elemental recorra su trayectoria dentro del reservorio, iniciándola y terminándola en el mismo límite. Por ello, también el flujo de la masa de materia con relación a cierta área del límite se definen del mismo modo que para los constituyentes volátiles que circulan a través del reservorio. Pueden disponerse todos los elementos δF de acuerdo con el incremento de τ en una forma acumulativa, llegándose a la función $F(\tau)$ que es acumulativa, como lo muestra de manera generalizada la Fig. 2.

Para cada elemento δF estará asociado un elemento de masa $\delta M'$ relacionado con el tiempo de trayecto τ por

$$\delta M' = \tau \delta F \tag{1}$$

que se desprende de consideraciones de continuidad.

Por lo que toca a la función $F(\tau)$ de τ , mostrada en la Fig. 2, aumenta monótonicamente hasta cierto valor F_0 que es el flujo total. Para cierto tiempo τ'' habrá asociado un volumen $M'(\tau)''$ que se muestra en el área hachurada de la Fig. 2. $M'(\tau)$ es, por tal razón, una función de τ , pero no idéntica con la función $M(\tau)$, definida anteriormente. Es verdad que $M'(\tau)$ contiene solamente constituyentes elementales de una edad igual o menor que τ , pero no contiene a todos los constituyentes. La Fig. 3 indica que

be adopted for the bulk material that τ is the time needed for an elementary constituent to pass along its trajectory inside the reservoir, starting and ending on the same boundary. Then also the flux of the bulk material with respect to a certain boundary area is defined in the same way as for a volatile constituent circulating through the reservoir. Now we arrange all the elements δF according to increasing τ in a cumulative fashion. In this way we arrive at a function $F(\tau)$ which is cumulative, shown generalized in Fig. 2.

To each element δF will be associated a mass element $\delta M'$ related to the travel time τ by

which follows from continuity considerations.

As to the function $F(\tau)$ of τ shown in Fig. 2 it increases monotonically to a certain value F_0 which is the total flux. For a certain time τ'' there will be associated a volume $M'(\tau)''$ shown by the hatched area in Fig. 2. $M'(\tau)$ is thus a function of τ but it is not identical with the function $M(\tau)$ defined earlier. It is true that $M'(\tau)$ contains only elementary constituents of an age equal to or less than τ but it does not contain all these constituents. This can be seen from Fig. 3 which can be regarded as a transformation of

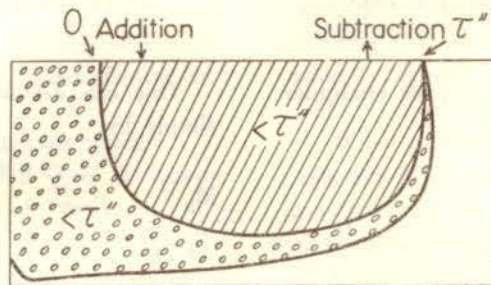


Fig. 3. Transformación de Fig. 2.

Fig. 3. A transformation of Fig. 2.

es una transformación de la Fig. 2, correspondiendo el área hachurada en ambas y representando la masa del reservorio que ha sido reemplazada completamente, por lo menos una vez, durante el tiempo τ'' , pues solo contiene elementos de edad menor o igual a τ'' . Sin embargo, hay una masa que tiene las mismas propiedades de la Fig. 3, es decir, el área punteada donde la edad de los elementos es menor o igual a τ'' y que corresponde al área punteada de la Fig. 2. La masa total de una edad igual o menor a τ es, por consiguiente,

Fig. 2. In this figure the hatched area corresponds to the hatched area in Fig. 2 and is the mass of the reservoir which has been completely replaced at least once during the time τ'' . It thus contains only elements of an age less than or equal to τ'' . However, there is a mass of the same property in Fig. 3, namely the dotted area where the age of the elements is less than or equal to τ'' and this corresponds to the dotted area in Fig. 2. The total mass of an age equal to or less than τ is therefore

$$M(\tau) = [F_0 - F(\tau)] \tau + \int_0^{\tau} \tau dF(\tau) \quad (2)$$

y esta función es idéntica a la función $M(\tau)$ definida anteriormente.

Ahora podemos encontrar una relación simple entre $M(\tau)$ y $F(\tau)$, viéndose en la Fig. 2 que el cambio en $M(\tau)$ para cada cambio en τ por $\delta\tau$ es igual a $[F_0 - F(\tau)]\delta\tau$. Por consiguiente,

$$F_0 - F(\tau) = \frac{dM(\tau)}{d\tau} = \psi(\tau) \quad (3)$$

si $M(\tau)$ es conocido, la función $F(\tau)$ puede reconstruirse. Cuando $F(\tau)$ es igual a cero, tenemos

$$F_0 = \left[\frac{dM(\tau)}{d\tau} \right]_{\tau=0} = \psi(0). \text{ Además, nótese que si } F(\tau)$$

es una función acumulativa, $d\psi(\tau)/d\tau$ debe ser menor o igual a cero en el intervalo completo. La distribución de frecuencias de masa respecto a edad, por consiguiente, decrecerá monótonicamente con τ .

Existiendo una relación simple entre $\psi(\tau)$ y $F(\tau)$, todas las conclusiones y generalizaciones que conciernen a $\psi(\tau)$ pueden aplicarse también a $F(\tau)$.

CARACTERÍSTICAS DE TIEMPO EN LOS RESERVORIOS

Puede definirse un *tiempo de paso* τ_0 para cualquier reservorio simplemente por

$$\tau_0 = \frac{M_0}{F_0} \quad (4)$$

Se trata de un caso especial de un tiempo de paso más general $\tau_0(\tau)$ que puede formularse

$$\tau_0(\tau) = M(\tau) \Big/ \frac{d}{d\tau} [M(\tau)] \quad (5)$$

la cual resulta así el tiempo de paso del volumen $M(\tau)$.

Otra característica de tiempo es la *edad media pesada* o siguiendo a Craig (1957), el *tiempo de residencia* definido por

$$\tau_r = \int_0^{\tau_i} \tau \psi(\tau) d\tau / M_0 \quad (6)$$

and this function is identical with the function $M(\tau)$ defined earlier.

We can now find a simple relation between $M(\tau)$ and $F(\tau)$. From Fig. 2 it is seen that the change in $M(\tau)$ for a change in τ by $\delta\tau$ is equal to $[F_0 - F(\tau)]\delta\tau$. Therefore

$$F_0 = \left[\frac{dM(\tau)}{d\tau} \right]_{\tau=0} = \psi(0). \text{ Further it should be noted}$$

that because $F(\tau)$ is a cumulative function, $d\psi(\tau)/d\tau$ must be less than or equal to zero in the whole interval. The frequency distribution of mass with respect to age must therefore be monotonically decreasing with τ .

Because of the simple relation between $\psi(\tau)$ and $F(\tau)$ all conclusions and generalizations concerning $\psi(\tau)$ can be applied also to $F(\tau)$.

TIME CHARACTERISTICS OF RESERVOIRS

One can define a *turnover time* τ_0 for any reservoir simply by

This may be regarded as a special case of a more general turnover time $\tau_0(\tau)$ which can be formulated

which is thus the turnover time of the volume $M(\tau)$.

Another time characteristic is the *weighted average age* or following Craig (1957) the *residence time* defined by

donde τ_1 es el límite superior de edad para cualquier elemento del reservorio. También puede definirse ahora un tiempo de residencia más general.

$$\tau_r(\tau) = \int_0^\tau \tau' \psi(\tau') d\tau' / M(\tau) = \tau - \int_0^\tau M(\tau') d\tau' / M(\tau) \quad (7)$$

que es el tiempo de residencia de los elementos en el volumen $M(\tau)$.

Es obvio que τ_0 y τ_r no son necesariamente idénticos.

Un compuesto circulante no-conservativo a través de un reservorio puede usarse para determinaciones de edad si se conoce el coeficiente de desaparición de dicho compuesto, teniendo especial interés los isótopos radioactivos que circulan a través del reservorio. Sin embargo, para tales determinaciones de edad se necesita un conjunto de elementos, pudiendo computarse un tiempo de residencia por mediciones radioactivas que será correcto solamente si la mezcla interna falta o si la aproximación lineal de la función de descomposición tiene lugar. Una muestra que consiste en una mezcla de materia antigua y nueva siempre dará una edad radioactiva media aparente menor que la verdadera edad media.

PROPIEDADES DE LOS RESERVORIOS DE LA CLASE A

Un trazador puede definirse como una propiedad agregada al reservorio de la misma manera que la materia por estudiarse, con el propósito de conocer el comportamiento de ese reservorio. Dicho trazador no es necesariamente conservativo, sino, en general, posible de identificarse aún en bajas concentraciones.

Cuando un trazador se agrega instantáneamente a un reservorio de la clase A en una cantidad Q , el coeficiente que indica su salida del reservorio puede derivarse como sigue: si la adición fue hecha en el tiempo cero, entonces en el tiempo τ la masa $M(\tau)$ (véase Fig. 2) ha liberado todo su trazador. Durante un intervalo de tiempo $\delta\tau$ el elemento de flujo δF libera todo su trazador, siendo el monto $Q \frac{\delta F}{F_0}$. Si el coeficiente de salida del trazador se indica por $m(\tau)$ aparentemente tenemos la relación

$$m(\tau) d\tau = Q dF(\tau) / F_0 \quad (8)$$

Integrando tenemos

$$F(\tau) = \frac{F_0}{Q} \int_0^\tau m(\tau') d\tau' \quad (9)$$

where τ_1 is the upper limit of age of any element in the reservoir. Also here a more general residence time can be defined,

which is the residence time of elements in the volume $M(\tau)$.

It is obvious that τ_0 and τ_r are not necessarily identical.

A non-conservative compound circulating through a reservoir can be used for age determinations if the rate at which the compound disappears is known. Of special interest are radioactive isotopes circulating through a reservoir. However, for such an age determination an assembly of elements is needed. A residence time based upon radioactivity measurements can be computed and will be correct only if internal mixing is absent or if the linear approximation of the decay function is permitted. A sample consisting of a mixture of young and old matter will always give an apparent mean radioactive age which is smaller than the true mean age.

PROPERTIES OF CLASS A RESERVOIRS

A tracer can be defined as a property added to a reservoir in the same way as the matter to be studied with the purpose of studying the behaviour of the reservoir. Such a tracer is not necessarily conservative but, in general, possible to identify even at low concentrations.

When a tracer is added to a class A reservoir instantaneously by an amount Q the rate at which it is leaving the reservoir can be derived as follows. If the addition was made at time zero then at time τ the mass $M(\tau)$ (see Fig. 2) has delivered all its tracer. During a time interval $\delta\tau$ the flux element δF delivers all its tracer, the amount being $Q \frac{\delta F}{F_0}$. If the rate of outflow of the tracer is denoted by $m(\tau)$ we apparently have the relation

Integrating we get.

Estudiando el coeficiente de salida del trazador como una función del tiempo es posible aparentemente reconstruir la función $F(\tau)$, de donde $\psi(\tau)$. Si la concentración media $c(\tau)$ se usa en vez de $m(\tau)$ tenemos la relación $m(\tau) = F_0 c(\tau)$ y por consiguiente,

$$F(\tau) = \frac{F_0^2}{Q} \int_0^{\tau} c(\tau') d\tau' \quad (10)$$

Esto tiene un interés específico para estudios de descarga de aguas de ríos usando trazadores. Integrando a $\tau \rightarrow \infty$ tenemos

$$Q = F_0 \int_0^{\infty} c(\tau') d\tau' \quad (11)$$

Así, si Q es conocido y hubo mezcla completa antes de medir $c(\tau')$, entonces F_0 puede computarse midiendo $c(\tau')$.

De la relación $\delta M'(\tau) = \tau \delta F(\tau)$ tenemos

$$M_0 = \frac{F_0^2}{Q} \int_0^{\infty} \tau' c(\tau') d\tau' \quad (12)$$

Un trazador aplicado en esta manera dará completa información sobre las características del reservorio.

Una derivación más general que tome en cuenta una adición continua variable de un trazador desde un tiempo igual a cero puede hacerse como sigue: sean el coeficiente de adición $m_i(\tau)$ y el coeficiente de salida del trazador $M_0(\tau)$ en el tiempo τ' desde la primera adición, el total agregado durante un intervalo de tiempo $\delta\tau'$ es $m_i(\tau') \delta\tau'$. Entonces, en el tiempo τ ($\tau > \tau'$) el coeficiente de liberación hasta la salida de ese agregado será $m_i(\tau') \delta\tau' \delta F(\tau - \tau')/F_0$ e igual a $\delta m_0(\tau) \delta\tau$.

Agregando todas las contribuciones desde $\tau = 0$ resulta, entonces,

$$m_0(\tau) = \frac{1}{F_0} \int_0^{\tau} m_i(\tau') \frac{\delta F(\tau - \tau')}{\delta \tau} d\tau' \quad (13)$$

como una expresión básica para la relación entre el coeficiente de adición de un trazador y el coeficiente de salida del mismo. Si se usa un trazador conservativo debe hacerse una corrección adecuada para su descomposición.

A partir de la anterior expresión, $F(\tau)$ puede calcularse simplemente usando diferencias finitas. Sean m_1, m_2 , etc., los coeficientes medios consecutivos de descarga del trazador durante los intervalos $\Delta\tau$ y Q_1, Q_2 , etc., los totales consecutivos que se agregan en tales intervalos y denó-

By studying the rate of outflow of the tracer as a function of time it is apparently possible to reconstruct the function $F(\tau)$, thus also $\psi(\tau)$. If average concentration $c(\tau)$ is used instead of $m(\tau)$ we have the relation $m(\tau) = F_0 c(\tau)$ and

This has a specific interest in connection with studies of river water discharge using tracers. Integrating to $\tau \rightarrow \infty$ we have

Thus, if Q is known and complete mixing has taken place before $c(\tau')$ is measured then F_0 can be computed from measurements of $c(\tau')$.

From the relations $\delta M'(\tau) = \tau \delta F(\tau)$ we also get

A tracer applied in this way will thus give complete information on the characteristics of the reservoir.

A more general derivation taking into account a variable continuous addition of a tracer from time equal to zero can be done as follows. Let the rate of addition be $m_i(\tau)$ and the rate of outflow of the tracer be $m_0(\tau)$. At time τ' from the first addition the amount added during a time interval $\delta\tau'$ is $m_i(\tau') \delta\tau'$. Then at time τ ($\tau > \tau'$) the rate of delivery to the outlet from this addition will be $m_i(\tau') \delta\tau' \delta F(\tau - \tau')/F_0$ and equal to $\delta m_0(\tau) \delta\tau$.

Adding all contributions from $\tau = 0$ therefore gives

as a basic expression for the relation between the rate of addition of a tracer and the rate of outflow of the same tracer. If a non-conservative tracer is used a proper correction for its decay has to be made.

From the expression above $F(\tau)$ can be evaluated simply by using finite differences. Let m_1, m_2 etc. be consecutive average rates of discharge of the tracer during time intervals $\Delta\tau$; let Q_1, Q_2 etc. be consecutive amounts added in these

tense por ϕ_1, ϕ_2, \dots , los valores consecutivos medios de $dF(\tau)/d\tau$. Entonces, puede formularse el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 m_1 &= \frac{1}{F_0} Q_1 \phi_1 \\
 m_2 &= \frac{1}{F_0} [Q_1 \phi_2 + Q_2 \phi_1] \\
 &\dots\dots\dots \\
 m_k &= \frac{1}{F_0} [Q_1 \phi_k + Q_2 \phi_{k-1} + \dots\dots\dots + Q_{k-1} \phi_2 + Q_k \phi_1]
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

viéndose que si m y Q son conocidos, ϕ puede resolverse sucesivamente para tal sistema. Así, $F(\tau)$ puede reconstruirse lo mismo que el resto de las características, debiendo notarse otra vez que la información sobre $F(\tau)$ se indica en el estado transitorio.

Resulta claro que este tratamiento puede usarse cuando se libera un trazador a gran escala, pudiendo mencionarse como ejemplo que los recursos de agua freática de la Tierra podrían investigarse globalmente si el muestreo de la precipitación y de las aguas fluviales para análisis de tritio, si se hubiese hecho continuamente en todo el mundo desde la detonación de la primera bomba de hidrógeno. Aún sería posible lograr alguna información si el coeficiente de adición en el pasado pudiera reconstruirse y usarse un modelo semejante de la función $F(\tau)$ para cuerpos de agua freática.

Cuando $F(\tau)$ es conocido, la influencia del reservorio sobre las fluctuaciones como propiedad agregada puede predecirse, siendo conveniente representar tales fluctuaciones, según Welander (1959), por frecuencias complejas. Si $m_i(\tau)$ se escribe como $m_i e^{i\omega\tau}$, entonces el coeficiente de salida es

$$\frac{m_i}{F_0} \int_0^\tau e^{i\omega\tau'} \frac{\partial F(\tau - \tau')}{\partial \tau} d\tau'$$

Dividiendo por el coeficiente de adición se obtiene una razón compleja w que contiene tanto la razón de amplitud como la variación de fase. Considerando que

$$\frac{\partial F(\tau - \tau')}{\partial \tau} = \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'}$$

se obtiene

intervalos and denote by ϕ_1, ϕ_2, \dots average consecutive values of $dF(\tau)/d\tau$. Then the following system of equations can be formulated

It is seen since m and Q are known that ϕ can be solved successively from this system. Thus, $F(\tau)$ can be reconstructed and from this all other characteristics. It should be noted that again it is the transient state which gives the information on $F(\tau)$.

It is clear that this approach can be used when a tracer is released on a large scale. As an example it can be mentioned that the earth's groundwater resources could have been investigated globally if sampling of precipitation and river water for tritium analysis had been done continuously over the world since the first hydrogen bomb detonated. It is still possible to gain some information if the rate of addition in the past can be reconstructed and a likely model of the $F(\tau)$ function for groundwater bodies is used.

When $F(\tau)$ is known the influence of the reservoir on fluctuations in an added property can be predicted. It is convenient to represent these fluctuations as Welander (1959) did by complex frequencies. Let $m_i(\tau)$ be written $m_i e^{i\omega\tau}$ then the rate of outflow can be written

Dividing by the rate of addition gives a complex ratio w containing both the amplitude ratio and the phase shift. Considering that

one gets

$$w = \frac{1}{F_0} \int_0^\tau e^{-i\omega(\tau - \tau')} \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'} d\tau'
 \tag{15}$$

La integración repetida por partes proporciona

Repeated integration by parts gives

$$w = \frac{1}{F_0} \left\{ \sum \left(\frac{1}{i\omega} \right)^n \left(\frac{\partial^n \psi}{\partial \tau^n} \right)_0 - e^{-i\omega\tau} \sum \left(\frac{1}{i\omega} \right)^n \left(\frac{\partial^n \psi}{\partial \tau^n} \right)_\tau \right\} \quad (16a)$$

en el intervalo completo cuando las derivadas de $\psi(\tau)$ son continuas. Sin embargo, si la distribución $\psi(\tau)$ es cero para una $\tau \gg \tau_e$ definida y $\tau \gg \tau_e$ la integración tiene que hacerse entre los límites $\tau - \tau' = 0$ y $\tau = \tau' = \tau_i$. Para $\tau - \tau' > \tau_i$ la integral es cero, resultando

in the whole interval where the derivatives of $\psi(\tau)$ are continuous. However, if the distribution $\psi(\tau)$ is zero for a definite $\tau \gg \tau_e$ and $\tau \gg \tau_e$ the integration has to be made between the limits $\tau - \tau' = 0$ and $\tau - \tau' = \tau_i$. For $\tau > \tau_i$ the integral is zero. Then we get

$$w = \frac{1}{F_0} \left\{ \sum \left(\frac{1}{i\omega} \right)^n \left(\frac{\partial^n \psi}{\partial \tau^n} \right)_0 - e^{-i\omega\tau_i} \sum \left(\frac{1}{i\omega} \right)^n \left(\frac{\partial^n \psi}{\partial \tau^n} \right)_{i\omega} \right\} \quad (16b)$$

Puede verse así que la razón ω se compone de una parte fija y de una parte transitoria. Para su demostración se usarán dos casos, uno donde $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ corresponde al caso del modelo de la caja y otro donde $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_i)$ corresponde a la función usada por Welander en su demostración para un mar advectivo. En el primer caso se tiene para

It is thus seen that the complex ratio ω consists of a steady part and a transient part. For demonstration two cases will be chosen, one where $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ corresponding to the box model case and one where $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_i)$ corresponding to the function Welander used in his demonstration of an advective sea. In the first case we get for

$$w = \frac{k}{k + i\omega} [1 - e^{-(k+i\omega)\tau}]$$

y escribiendo $\frac{\omega}{k} = \underline{q}$ y $k\tau = r$, se tiene

Writing $\frac{\omega}{k} = \underline{q}$ and $k\tau = r$, we get

$$w = \frac{1}{1 + i\underline{q}} [1 - e^{-r(1+i\underline{q})}] \quad (17)$$

En el caso "lineal", escribiendo $\omega\tau_i = \underline{q}$ y $\omega\tau = r$ se tiene,

In the "linear" case we get, writing $\omega\tau_i = \underline{q}$ and $\omega\tau = r$ we get,

$$w = \frac{1}{i\underline{q}} [1 - e^{-ir}] \quad \tau < \tau_i$$

$$w = \frac{1}{i\underline{q}} [1 - e^{-i\underline{q}}] \quad \tau > \tau_i \quad (18)$$

En la ecuación (17) puede verse que durante el estado transitorio pueden ocurrir oscilaciones de fase y amplitud, especialmente notables para altas frecuencias. En el estado fijo el cambio de fase será negativo y se aproximará a $-\frac{\pi}{2}$ en tanto que al mismo tiempo la razón de amplitud se aproxima a cero. En el caso de la ecuación (18), las oscilaciones del ángulo y de la amplitud de fase pueden también percibirse durante el estado transitorio. Des-

From eq. (17) it is seen that during the transient state phase and amplitude oscillations will occur especially noticeable for higher frequencies. In the steady state the phase shift will be negative and approach $-\frac{\pi}{2}$ at same time the amplitude ratio approaches zero.

In the case of eq. (18) oscillations in the phase angle and the amplitude will also be noticed during the transient stage. After a time $\tau > \tau_i$ a steady state has been reached

pués de un tiempo $\tau > \tau_i$ se alcanzará un estado fijo que es notable porque a ciertas frecuencias se habrá desprendido completamente ($e^{-iq} = 1$ para $q = 2n\pi$) mientras que otro apenas si se habrá humedecido ($q = (2n + 1)\pi$). Así, este reservorio muestra una selección espectral de frecuencias y el comportamiento de tales tipos de reservorios se indica en los diagramas de fase de las Figs. 4 y 5, para valores variables de r y q .

which is remarkable in the certain frequencies will be completely filtered out ($e^{-iq} = 1$ for $q = 2n\pi$) while other will be weakly damped ($q = (2n + 1)\pi$). This reservoir thus shows a spectral selection of frequencies. The behaviour of these types of reservoirs is shown in the phase diagrams in Fig. 4 and Fig. 5 for varying values of r and q .

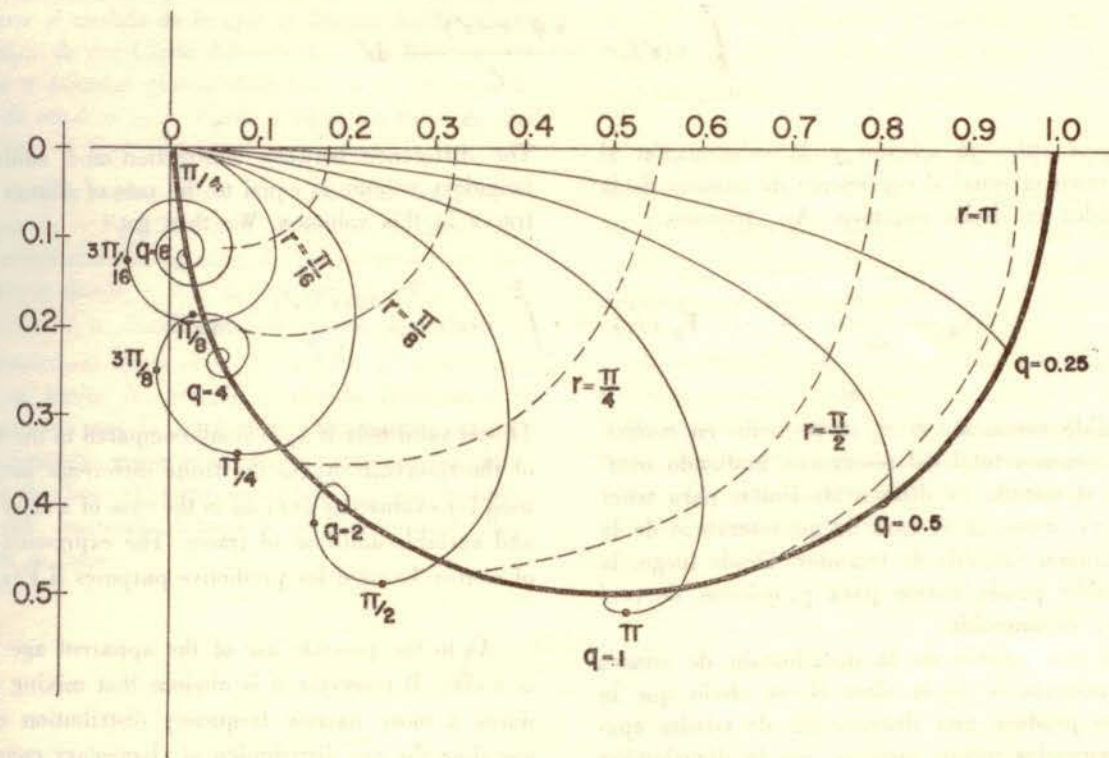


Fig. 4. Respuesta característica del modelo de reservorio $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ en un diagrama de fase. Línea gruesa, estado fijo; línea delgada estado transitorio para varios q 's:

Fig. 4. Response characteristics of the reservoir model $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ in a phase diagram. Thick line, steady state, thin lines transient behaviour for various q 's.

PROPIEDADES DE LOS RESERVORIOS DE LA CLASE B

Mientras en un reservorio de la clase A el transporte de la materia puede realizarse enteramente por advección, la naturaleza de un reservorio de la clase B es tal que debe haber una mezcla. En ambas clases los experimentos de trazadores teóricamente son posibles de realizarse. También es posible una estimación de la distribución de edades si el isótopo radioactivo circula a través del reservorio, siendo una cuestión importante para esa distribución de edades saber si hubo una verdadera mezcla que pueda utilizarse para reconstruir $F(\tau)$.

Por cuanto a la aplicación del trazador en un reservorio de la clase B, sucede que hay un regreso continuo del trazador a la superficie de adición lo cual complica algo el problema. Tenemos que definir un volumen v_0 de una capa cercana al límite de adición y de substracción de tal manera que el monto Q del trazador que se le agre-

PROPERTIES OF CLASS B RESERVOIRS

While in a class A reservoir transport of matter can be entirely by advection the nature of a class B reservoir is such that mixing has to take place. In both classes tracer experiments are theoretically possible to carry out. An assessment of the age distribution is also possible if a radioactive isotope is circulating through the reservoir, and an important question is then whether this age distribution, which because of internal mixing is not the true one, can be utilized for reconstructing $F(\tau)$.

As to the tracer application on a class B reservoir there is a continuous return of the tracer to the surface of addition and this complicates the problem somewhat. We have to define a volume v_0 of a layer close to the boundary of addition and subtraction so that a tracer amount, Q , added

ga tenga una concentración inicial $c_0 = \frac{Q}{v_0}$. En consecuencia, el monto total de transporte del trazador fuera del límite resulta $F_0 c(\tau)$ en cualquier tiempo y el coeficiente de regreso a la superficie tiene que expresarse por una integral como antes, porque la concentración es variable y puede formularse

$$\int_0^{\tau} c(\tau') \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'} d\tau' \tag{19}$$

La diferencia entre la adición y la sustracción al límite del volumen es igual al coeficiente de cambio de la masa del trazador en dicho volumen. Así, tenemos

$$v_0 \frac{dc(\tau)}{d\tau} = - F_0 c(\tau) + \int_0^{\tau} c(\tau') \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'} d\tau' \tag{20}$$

Esto es válido solamente si v_0 es pequeño en comparación con el volumen total del reservorio, pudiendo usarse nuevamente el método de diferencias finitas para tener el valor de $\psi(\tau)$, como en el caso de un reservorio de la clase A con adición variable de trazador. Desde luego, la anterior expresión puede usarse para propósitos de predicción si $F(\tau)$ es conocido.

Respecto al uso posible de la distribución de edades aparentes en reservorios de la clase B, es obvio que la mezcla siempre produce una distribución de edades aparentes con frecuencias menos amplias que la distribución de edades de constituyentes elementales. Mientras aumenta

to this will give an initial concentration $c_0 = \frac{Q}{v_0}$. The rate at which the tracer is transported away from the boundary is therefore $F_0 c(\tau)$ at any time. The rate of return to the surface has to be expressed by an integral as before because the concentration is varying, and can be formulated

The difference between subtraction and addition to the boundary volume is equal to the rate of change of mass of tracer in this volumen. We then get

This is valid only if v_0 is small compared to the total volume of the reservoir. Again the finite difference method can be used for evaluating $\psi(\tau)$ as in the case of a class A reservoir and variable addition of tracer. The expression above can, of course, be used for predictive purposes if $F(\tau)$ is known.

As to the possible use of the apparent age distribution in a class B reservoir it is obvious that mixing always produces a more narrow frequency distribution of apparent age than the age distribution of elementary constituents. As the intensity of mixing increases, the apparent age tends to

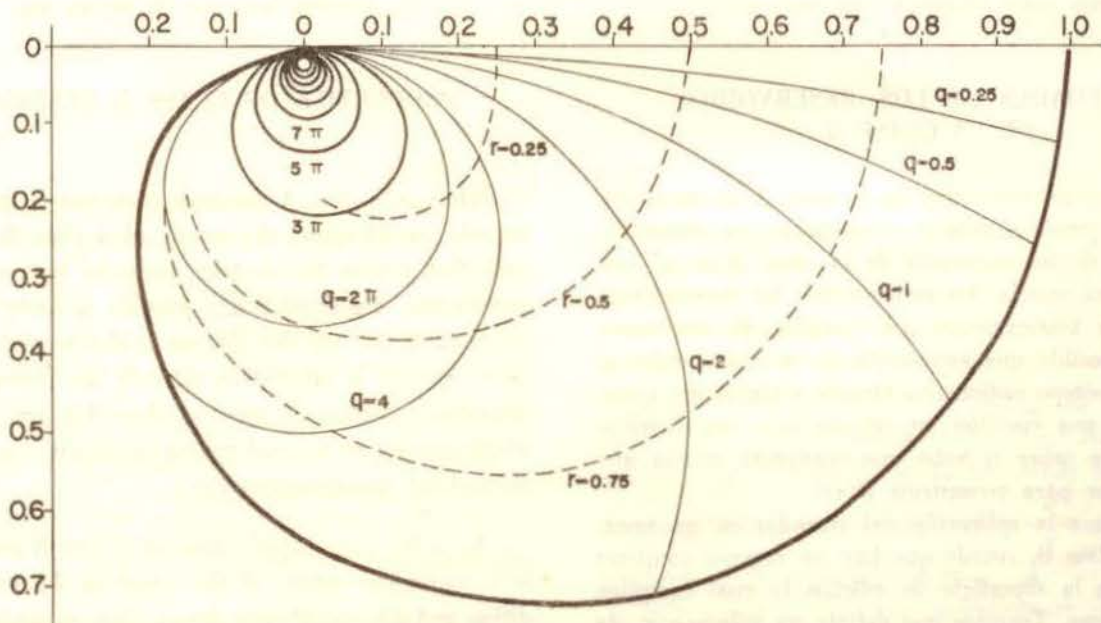


Fig. 5. Igual a Fig. 4 para un modelo de reservorio $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_1)$.

Fig. 5. Same as Fig. 4 for the reservoir model $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_1)$.

ga tenga una concentración inicial $c_0 = \frac{Q}{v_0}$. En consecuencia, el monto total de transporte del trazador fuera del límite resulta $F_0 c(\tau)$ en cualquier tiempo y el coeficiente de regreso a la superficie tiene que expresarse por una integral como antes, porque la concentración es variable y puede formularse

$$\int_0^{\tau} c(\tau') \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'} d\tau' \tag{19}$$

La diferencia entre la adición y la sustracción al límite del volumen es igual al coeficiente de cambio de la masa del trazador en dicho volumen. Así, tenemos

$$v_0 \frac{dc(\tau)}{d\tau} = - F_0 c(\tau) + \int_0^{\tau} c(\tau') \frac{\partial \psi(\tau - \tau')}{\partial \tau'} d\tau' \tag{20}$$

Esto es válido solamente si v_0 es pequeño en comparación con el volumen total del reservorio, pudiendo usarse nuevamente el método de diferencias finitas para tener el valor de $\psi(\tau)$, como en el caso de un reservorio de la clase A con adición variable de trazador. Desde luego, la anterior expresión puede usarse para propósitos de predicción si $F(\tau)$ es conocido.

Respecto al uso posible de la distribución de edades aparentes en reservorios de la clase B, es obvio que la mezcla siempre produce una distribución de edades aparentes con frecuencias menos amplias que la distribución de edades de constituyentes elementales. Mientras aumenta

to this will give an initial concentration $c_0 = \frac{Q}{v_0}$. The rate at which the tracer is transported away from the boundary is therefore $F_0 c(\tau)$ at any time. The rate of return to the surface has to be expressed by an integral as before because the concentration is varying, and can be formulated

The difference between subtraction and addition to the boundary volume is equal to the rate of change of mass of tracer in this volumen. We then get

This is valid only if v_0 is small compared to the total volume of the reservoir. Again the finite difference method can be used for evaluating $\psi(\tau)$ as in the case of a class A reservoir and variable addition of tracer. The expression above can, of course, be used for predictive purposes if $F(\tau)$ is known.

As to the possible use of the apparent age distribution in a class B reservoir it is obvious that mixing always produces a more narrow frequency distribution of apparent age than the age distribution of elementary constituents. As the intensity of mixing increases, the apparent age tends to

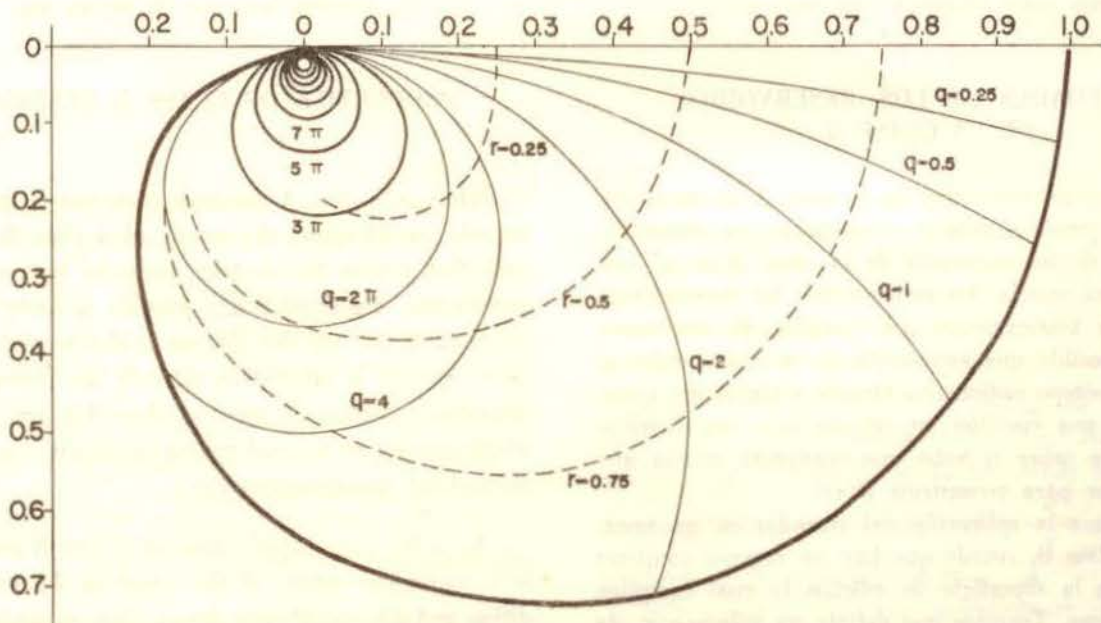


Fig. 5. Igual a Fig. 4 para un modelo de reservorio $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_1)$.

Fig. 5. Same as Fig. 4 for the reservoir model $\psi(\tau) = F_0(1 - \tau/\tau_1)$.

la intensidad de la mezcla, la edad aparente tiende a ser la misma en todos los puntos, lo cual significa que para una mezcla infinitamente rápida, la frecuencia aparente de distribución de masa forma con la edad una línea donde $\tau = \tau_0$, que es el tiempo de residencia. Sin embargo, en este caso, la verdadera distribución de frecuencia es simplemente $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ donde $\tau_r = 1/k$. Ahora bien, si hubiese una mezcla infinitamente rápida, el tiempo de residencia debiera ser cero lo cual significa que el concepto de mezcla rápida al considerarse el modelo de la caja es ilógico donde quiera que los tiempos de residencia difieren de cero. Básicamente eso equivale a postular que la distribución de frecuencias de masa y de edad es $\psi\tau = F_0 e^{-k\tau}$ o bien, un flujo de distribución $F(\tau) = F_0(1 - e^{-k\tau})$.

Lo más notable acerca de un reservorio con distribución de frecuencia $\psi\tau = F_0 e^{-k\tau}$ es que el tiempo de paso y el tiempo de residencia son iguales, de tal manera que cualquier reservorio donde $\tau_0 = \tau_r$ debe tener $\psi\tau = F_0 e^{-k\tau}$ independientemente de la distribución de edades aparentes.

En un reservorio de la clase B, la materia vuelve continuamente al límite de adición pudiendo formularse la mezcla de materia con la edad cero y la materia que regresa en la siguiente manera: la materia que regresa desde un elemento de flujo δF tiene una edad τ y por lo tanto, su edad es $\tau\delta F$. Sumando el total de los elementos de flujo que regresan se tiene

$$\int_0^{\tau_0} \tau \frac{\delta F(\tau)}{\delta\tau} d\tau$$

en el flujo total F_0 , el cual se mezcla con el flujo F_0 en el límite de edad cero. Dividiendo este índice de edad por mitad, el flujo total de la edad aparente del límite es

$$\tau_b = \frac{\int_0^{F_0} \tau dF}{2F_0} = \frac{M_0}{2F_0} = \frac{\tau_0}{2} \tag{21}$$

Consecuentemente, la edad aparente del límite es la mitad del tiempo de paso. Si M_0 es conocido, F_0 puede computarse según la edad aparente del límite. Aplicándose al mar, la edad aparente de la "capa mezclada", es decir, la capa superficial del mar por encima del termoclinal, es de unos 400 años, lo cual implicaría un tiempo de paso del mar por debajo del termoclinal de 800 años. Hablando estrictamente, tal es el tiempo de paso del carbono en el mar, ya que puede haber procesos gravitacionales anexos al considerarse ese flujo del carbono en el mar. Por otra parte, ya que ese valor es la edad aparente C-14, el verdadero tiempo de paso del carbono.

Entre los datos sobre C-14 en el mar publicados por Broecker *et al.* (1959) y por Bien *et al.* (1960), la edad pesada del mar, es decir, el tiempo de residencia, es por lo menos de 1,200 años y posiblemente mayor. Puede con-

be the same in every point. This means that for infinitely rapid mixing the apparent frequency distribution of mass with age forms a line at $\tau = \tau_r$ the residence time. However, in this case the true frequency distribution is simply $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ where $\tau_r = 1/k$. Now, if one had infinitely rapid mixing the apparent frequency distribution of mass that the concept of rapid mixing in box model considerations is illogical wherever residence times differ from zero. Basically it is equivalent to postulating the frequency distribution of mass with age to be $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ or a flux distribution $F(\tau) = F_0(1 - e^{-k\tau})$.

The most noticeable about a reservoir with a frequency distribution $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ is that the turnover time and residence time are identical. Thus, any reservoir where $\tau_0 = \tau_r$ must have $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ independent of the apparent age distribution.

In a class B reservoir matter is returning continuously to the boundary of addition. The mixing of zero age matter with returning matter can be formulated in the following way. The returning matter from a flux element δF has an age τ . The age content of this is therefore $\tau\delta F$. Summing over all returning flux elements gives

in the total flux F_0 . This is mixed into the flux F_0 at the boundary with age zero. Dividing this age content by twice the total flux gives the apparent age of the boundary.

The apparent age of the boundary is therefore half the turnover time. If M_0 is known F_0 can be computed from the apparent age of the boundary. Applied to the sea the apparent age of the "mixed layer", i.e. the surface layer of the sea above the thermocline is about 400 years. This would imply a turnover time of the part of the sea which is below the thermocline of 800 years. Strictly speaking this is the turnover time of carbon in the sea as there may be additional gravitational processes to consider in the flux of carbon in the sea. On the other hand since this value is the apparent C-14 age the true turnover time of carbon may be somewhat higher as pointed out earlier.

From the data on C-14 in the sea published by Broecker *et al.* (1959) and by Bien *et al.* (1960) the weighted age of the sea, i.e. the residence time seems to be at least 1200

cluírse así que el mar profundo no puede representarse por una distribución de frecuencia $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$ y por tanto, que la aplicación del modelo de la caja para la circulación de carbón en el mar profundo no es estrictamente aplicable.

Así, en un reservorio de la clase B siempre es posible calcular F_0 si se conoce la edad aparente del límite. La distribución de edades aparentes en el reservorio proporciona el tiempo de residencia, que no debe cambiar por ninguna mezcla interna. La verdadera distribución de frecuencia $\psi(\tau)$ debe ajustarse a estas dos condiciones, pero una tercera puede imponerse, es decir $d\psi(\tau)/d\tau < 0$ dentro del intervalo total de edades. Sin embargo, es también aparente que $\psi(\tau)$ no puede reconstruirse según la distribución de frecuencias aparentes en todos sus detalles, porque durante la mezcla interna se han perdido algunos datos de manera irreversible. Lo único que puede hacerse es derivar una distribución de frecuencia probable de los conocidos τ_0 y τ_r lo que se ajusta más a la idea del modelo de caja.

En el caso del mar, podría ensayarse una función $\psi(\tau)$ como

$$\psi(\tau) = F_0 \left[\alpha e^{-k_1 \tau} + (1-\alpha) e^{-k_2 \tau} \right] \quad (22)$$

donde k_1 y k_2 son dados por

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_1} &= \tau_0 \pm \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha} \tau_0 \tau_r} \\ \frac{1}{k_2} &= \tau_0 \mp \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha} \tau_0 \tau_r} \end{aligned} \quad (23)$$

Sin embargo, para determinar α , debe conocerse, por ejemplo, $d\psi(\tau)/d\tau$ en $\tau = 0$. Al presente no hay datos disponibles para ello y lo único que puede hacerse es seleccionar un valor razonable de α . Si es de 0.7 entonces k_1 es $1/160$ y $k_2 = 1/2,300$. Tal cosa significa que casi la mitad de la totalidad del mar está circulando a una velocidad razonable, con un tiempo de paso de 160 años mientras el resto circula más despacio con un tiempo de residencia de 2,300 años. Realmente, esto es equivalente a convertir el modelo de la caja del mar profundo, usada por anteriores investigadores, en dos cajas conectadas con la capa de mezcla. Una caja puede corresponder a las aguas intermedias mientras la otra corresponde al resto del mar profundo.

Con los valores dados por la función

$$\psi(\tau) = 1.7 \left[0.7 e^{-\tau/160} + 0.3 e^{-\tau/2300} \right] : 10^6 \text{ Km}^3 : \text{year}^{-1}$$

years, possibly larger. From this we can conclude that the deep sea cannot be represented by a frequency distribution $\psi(\tau) = F_0 e^{-k\tau}$. Consequently, application of a box model for the circulation of carbon in the deep sea is not strictly applicable.

Thus, in a class B reservoir it is always possible to estimate F_0 if the apparent age of the boundary is known. The apparent age distribution in the reservoir gives the residence time which must be unchanged by any internal mixing. The true frequency distribution $\psi(\tau)$ must comply with these two conditions. A third condition can be imposed, namely that $d\psi(\tau)/d\tau < 0$ within the whole age interval. It is, however, also apparent that $\psi(\tau)$ cannot be reconstructed in full detail from the apparent frequency distribution. Because of the internal mixing some information has been lost irreversibly. The only thing that can be done is to derive a probably frequency distribution from the known τ_0 and τ_r , which may be better than the box model assumption.

In the case of the sea one could try a $\psi(\tau)$ function like

where k_1 and k_2 are given by

To determine α , however, one has to know e.g. $d\psi(\tau)/d\tau$ at $\tau = 0$. There are, at present, no available data for this and the only thing that can be done is to choose a reasonable value of α . If it is chosen to be 0.7, then k_1 becomes about $1/160$ and $k_2 = 1/2300$. This means that about one sixth of the total sea is circulating at a reasonable speed with a turnover time of 160 years while the rest is circulating slowly with a residence time of 2,300 years. In fact, this is equivalent to breaking up the deep sea box used by earlier investigators into two boxes connected to the mixed layer. One box may correspond to the intermediate waters, while the other corresponds to the rest of the sea.

With the values given the function

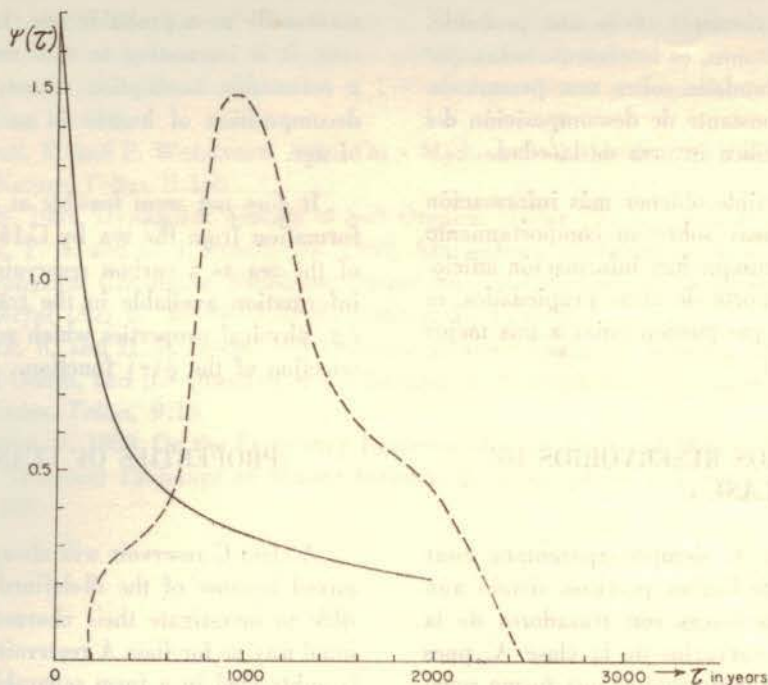


Fig. 6. Distribución de edad aparente en el mar (línea interrumpida) y posible distribución de edad de sus partículas elementales (línea sólida).

Fig. 6. The apparent age distribution of matter in the sea (dashed line) and a possible age distribution of its elementary particles (solid line).

podría usarse una distribución de frecuencias de masa y edad para juzgar el comportamiento del mar respecto al bióxido de carbono. Sería interesante comparar tal distribución con la distribución de edades aparentes del mar como lo sugiere la escasa cantidad de datos actuales. La distribución de frecuencias de masa y de edad aparentes puede deducirse en sus rasgos de los datos de Broecker *et al.* (1959), Bien *et al.* (1960) y Rafter y Ferguson (1958). Si bien los datos del Pacífico son de su parte oriental, es razonable asumir un cambio continuo entre el Atlántico y el Pacífico oriental, como se muestra en la Fig. 6. Es obvio que puede tener lugar una mezcla considerable, pero también puede entenderse que el tiempo de residencia sea del orden de 1,000 años.

La función $\psi\tau$ dada no podría tomarse siquiera como la más probable, pues más bien es un ejemplo de lo que podría ser.

Otro posible modelo aplicado por Odén (1961) a un reservorio de la clase C, el humus en los suelos, contiene dos parámetros que únicamente pueden determinarse a partir de τ_0 y τ_r como sigue

$$\psi(\tau) = F_0 e^{-(\alpha\tau)^{1/2}} \tag{24}$$

relacionado, como puede verse, con la función gamma. Usándolo no hay necesidad de otras presunciones acerca de la forma de la distribución de frecuencia $\psi(\tau)$ y nuevamente, tampoco hay razones para que tenga esa forma particular de modo que la función pueda tomarse como otra

could be a possible frequency distribution of mass with age for judging the behaviour of the sea with respect to carbon dioxide. It may be interesting to compare this distribution to the apparent age distribution in the sea as suggested by the rather scanty data existing. The apparent frequency distribution of mass with age can be deduced in its outlines from the data by Broecker *et al.* (1959), Bien *et al.* (1960) and Rafter and Ferguson (1958). The Pacific data are mostly from the eastern part but it is reasonable to assume a continuous change from the Atlantic to the east Pacific. The comparison is shown in Fig. 6. It is obvious that a considerable mixing can take place but it is also understandable when the residence time is of the order of 1000 years.

The $\psi(\tau)$ function given should not be taken as even the most likely one, but rather as an example on what it could be.

Another possible model applied by Odén (1961), to a class C reservoir, humus in soils, contains two parameters which can be uniquely determined from τ_0 and τ_r and reads

and is, as seen, related to the gamma function. By using this no other assumptions have to be made than about the form of the frequency distribution $\psi(\tau)$. Again, there are no reasons why it should be of that particular form so the function may be taken as another possible relation and not

relación posible y no necesariamente como una probable. Sin embargo, en el caso del humus, es interesante notar que que la ecuación (24) está fundada sobre una presunción razonable, es decir, que la constante de descomposición del humus es una función parabólica inversa de la edad.

Al presente no parece factible obtener más información por análisis de C-14 en el mar sobre su comportamiento como reservorio de carbono, aunque hay información adicional disponible sobre el transporte de otras propiedades, es decir, de propiedades físicas que pueden guiar a una mejor selección de la función $\psi(\tau)$.

PROPIEDADES DE LOS RESERVORIOS DE LA CLASE C

Un reservorio de la clase C siempre aparentará estar bien mezclado por carecer de límites precisos, siendo aún posible investigar sus características con trazadores de la misma manera que en los reservorios de la clase A, pues la materia que se sustrae generalmente es una forma separable de la materia adicionada. Por ejemplo, en el humus, la materia se agrega a través de las raíces y otras partes en descomposición en tanto que se sustrae en forma gaseosa o inorgánica soluble. Desde luego, es también posible determinar el tiempo de residencia si algunos isótopos radioactivos apropiados toman parte en la circulación, pudiendo entonces estimarse el tiempo de paso si se conoce el coeficiente de adición y la masa del reservorio.

Varios componentes de reservorios de la clase C tienen diferentes tiempos de residencia, lo cual es otra característica de esta clase de reservorios. Como ejemplo, pueden tomarse algunos elementos en el humus (carbono, nitrógeno y azufre), que tienen diferentes tiempos de residencia, un hecho revelado al compararse la composición química de las plantas con la del humus.

necessarily as a probable one. In the case of humus, however, it is interesting to note that eq. (24) is founded on a reasonable assumption namely that the rate constant of decomposition of humus is an inverse parabolic function of age.

It does not seem feasible at present to extract more information from the sea by C-14 analyses on the behaviour of the sea as a carbon reservoir. There may be additional information available in the transport of other properties, e.g. physical properties which may guide to a more proper selection of the $\psi(\tau)$ function.

PROPERTIES OF CLASS C RESERVOIRS

A class C reservoir will always appear as extremely well mixed because of the ill-defined boundaries. It is still possible to investigate their characteristics with tracers in the same way as for class A reservoirs because matter is generally subtracted in a form separable from the added form. In humus for instance matter is added through roots and decaying litter while subtraction takes place in gaseous or inorganic soluble form. It is, of course, also possible to determine the residence time if appropriate radioactive isotopes take part in the circulation. The turnover time may also be estimated knowing the rate of addition and the mass of the reservoir.

Variou components in a class C reservoir may have different residence times, another characteristic feature of this class of reservoirs. As an example one can take some elements in humus, carbon, nitrogen and sulphur which have different residence times, a fact revealed when comparing the chemical composition of plants with that of humus.

BIBLIOGRAFIA

- ARNOLD, J. R. and E. C. ANDERSON. 1957. The Distribution of Carbon-14 in Nature. *Tellus*, 2:28.
- BEGEMAN, F. and W. F. LIBBY. 1957. Continental Water Balance, Groundwater Inventory and Storage Times, Surface Ocean Mixing Rates and World-wide Water Circulation Patterns from Cosmic-ray and Bomb Tritium. *Geochem. Cosmochim. Acta*, 12:277.
- BIEN, G. S., N. W. RAKESTRAW and H. E. SUESS. 1960. Radiocarbon Concentration in Pacific Ocean Water. *Tellus*, 12:436.
- BOLIN, B. and E. ERIKSSON. 1959. Changes in the Carbon Dioxide Content of the Atmosphere and Sea due to Fossil Fuel Combustion. In *Rosby Memorial Volume*, New York, p. 130.
- BROECKER, W. S., R. GERAR, M. EWING and B. C. HEEZEN. 1960. Natural Radiocarbon in the Atlantic Ocean (In manuscript from Lamont Geological Observatory, Columbia University, Palisades, New York).

BIBLIOGRAPHY

- CRAIG, H. 1957. The Natural Distribution of Radiocarbon and the Exchange Time of Carbon Dioxide between Atmosphere and Sea. *Tellus*, 9:1.
- ERIKSSON, E. 1958. The Possible Use of Tritium for estimating Groundwater Storage. *Tellus*, 10:472.
- ERIKSSON, E. and P. WELANDER. 1956. On a Mathematical Model of the Carbon Cycle in Nature. *Tellus*, 8:155.
- ODÉN, S. 1961. Dynamical Aspects of Soil Organic Matter (To be printed in *Tellus*).
- RAFTER, T. A. and G. J. FERGUSON. 1958. Atmospheric Radiocarbon as a Tracer in Geophysical Circulation Problems. *United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva*, 15/P/2/28.
- REVELLE, R. and H. E. SUSS. 1957. Carbon Dioxide Exchange between Atmosphere and Ocean, and the Question of an Increase of Atmospheric CO₂ during the Past Decades. *Tellus*, 9:18.
- WELANDER, P. 1959. On the Frequency Response of some Different Models describing the Transient Exchange of Matter between the Atmosphere and the Sea. *Tellus*, 11:348.